



Βιβλιοτεράδιο

Μαθηματικών

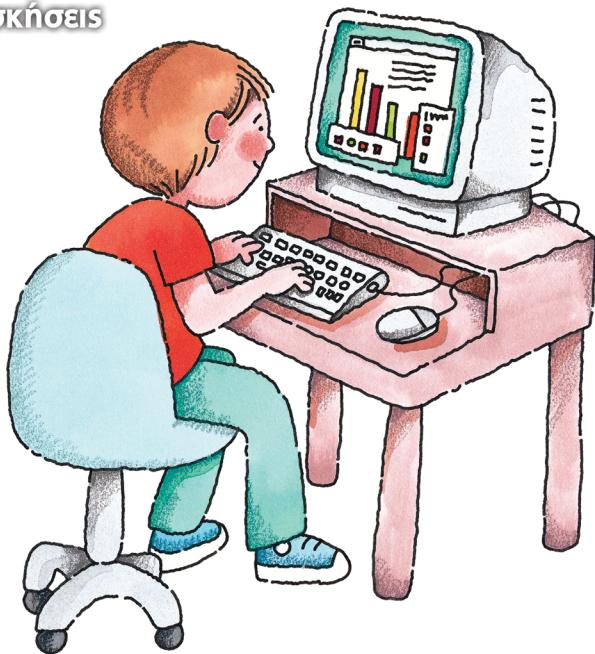
Με τις απαντήσεις στις Ασκήσεις
των Σχολικών Βιβλίων!

ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ
ΤΩΝ ΝΕΩΝ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΤ' ΤΑΞΗ
ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΤΕΥΧΟΣ

5



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΗ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Περιεχόμενα:

35. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά	σελ.195
36. Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά	σελ.199
37. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά	σελ.202
38. Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά	σελ.206
39. Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά ...	σελ.212
40. Εκτιμώ το ποσοστό	σελ.217
41. Βρίσκω το ποσοστό	σελ.222
42. Λύνω προβλήματα με ποσοστά:	
Βρίσκω την τελική τιμή	σελ.228
43. Λύνω προβλήματα με ποσοστά:	
Βρίσκω την αρχική τιμή	σελ.231
44. Λύνω προβλήματα με ποσοστά:	
Βρίσκω το ποσοστό %	σελ.234

35. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά



Μπορούμε να βρούμε την άγνωστη τιμή σε ένα πρόβλημα ανάλογων ποσών με δύο τρόπους:

a) Με αναγωγή στη μονάδα

Η διαδικασία με την οποία σε ένα πρόβλημα βρίσκω πρώτα την τιμή της μιας μονάδας (με διαιρέση) και στη συνέχεια βρίσκω την άγνωστη τιμή (με πολλαπλασιασμό) πλέγεται αναγωγή στη μονάδα.

β) Σχηματίζοντας την αναλογία

Φτιάχνω τον πίνακα ποσών και τιμών.

Εξετάζω αν τα ποσά είναι ανάλογα.

Χρησιμοποιώ μεταβλητή για την άγνωστη τιμή.

Σχηματίζω την αναλογία.

Βρίσκω τον άγνωστο όρο της αναλογίας πλέοντας την εξίσωση



Άσκησης

Άσκηση 1

Ένας αγρότης έκανε 150 κιλά λάδι από 1.500 κιλά επιλιές. Την επόμενη χρονιά έκανε 450 κιλά λάδι. Πόσα κιλά επιλιές είχε τη δεύτερη χρονιά;

Πάνω

a) Με αναγωγή στη μονάδα

Τα ποσά είναι ανάλογα αφού περισσότερα κιλά επιλιές θα δώσουν περισσότερα κιλά λάδι.

Τα 150 κιλά λάδι γίνονται από 1500 κιλά επιλιές.

Το 1 κιλό λάδι γίνεται από $1.500 : 150 = 10$ κιλά επιλιές.

Τα 450 κιλά λάδι γίνονται $450 \cdot 10 = 4500$ κιλά επιλιές.





Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά

β. 2ος τρόπος : (Μέθοδος αναλογίας)

1. Φτιάχνω τον πίνακα ποσών και τιμών.

2. Σχηματίζω την αναλογία

$$\frac{1500}{150} = \frac{x}{450}$$

3. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα

$$150x = 1500 \cdot 450$$

$$150x = 675000$$

$$x = 675000 : 150$$

$$x = 4500$$

κιλά επιέσ	1500	x
κιλά λάδι	150	450



Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών β, σελ. 39

a. Τα ποσά είναι ανάλογα αφού σε διπλάσιο χρόνο σπαταλείται διπλάσια ποσότητα νερού.

Σε 15 λεπτά σπαταλήθηκαν 9 λίτρα νερού.

Σε 1 λεπτό σπαταλήθηκαν $9 : 15 = 0,6$ λίτρα νερού.

Άρα σε 45 λεπτά σπαταλήθηκαν $0,6 \cdot 45 = 27$ λίτρα. Η ποσότητα του νερού που σπαταλήθηκε στο 1^ο διάλειμμα είναι $0,6 \cdot 15 = 9$. Άρα η συνολική ποσότητα που σπαταλήθηκε είναι $27 + 9 = 36$ λίτρα νερού.

β. 2ος τρόπος : (Μέθοδος αναλογίας)

Τα ποσά είναι ανάλογα, αφού σε διπλάσια ώρα σπαταλάται διπλάσια ποσότητα νερού.

1. Φτιάχνω τον πίνακα ποσών και τιμών.

2. Σχηματίζω την αναλογία

$$\frac{15}{9} = \frac{45}{x}$$

3. Υπολογίζω τον άγνωστο x

$$15x = 45 \cdot 9$$

$$15x = 405$$

$$x = 405 : 15$$

$$x = 27$$

χρόνος που περνάει (σε λεπτά)	15	45
ποσότητα νερού (σε λίτρα)	9	x

To 1^ο διάλειμμα σπαταλήθηκαν 9 λίτρα νερού, οπότε συνολικά σπαταλήθηκαν $27 + 9 = 36$ λίτρα.



Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών β, σελ. 39



Τα ποσά είναι ανάλογα.
Σχηματίζω τον πίνακα ποσών τιμών

$$\frac{900}{100} = \frac{x}{4000}$$

$$100x = 4000 \cdot 900$$

$$100x = 3.600.000$$

$$x = 3.600.000 : 100$$

$$x = 36.000 \text{ κιλά ελιάς}$$

κιλά ελιάς	900	x
κιλά πάνδι	100	4.000

Τα υποθέμματα θα είναι: $36.000 - 4.000 = 32.000$ κιλά.

Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών β, σελ. 39



- Ο αριθμός ηλεκτρονικών υπολογιστών και η αξία τους είναι ανάλογα ποσά. Θα υπολογίσω με αναγωγή στη μονάδα πόσο κοστίζει ο ένας υπολογιστής (Διαιρέσω: $4.080 : 6$)
- Θα πολλαπλασιάσω την αξία του ενός με τον αριθμό των υπολογιστών που θα αγοραστούν.

(αναγωγή στη μονάδα)

Τα ποσά είναι ανάλογα.

$$4.080 : 6 = 680\text{€}$$

κοστίζει ο ένας.

Θα αγοραστούν 10, άρα συνολικά θα πληρώσουν:

$$10 \cdot 680 = 6.800\text{€}$$





Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών β, σελ. 40

Τα ποσά, "ημερολόγια που πωλούνται - χρήματα που μαζεύονται" είναι ανάλογα.

Θα λύσω το πρόβλημα με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα. Με διαίρεση θα βρω πόσο κέρδος έχουν από την πώληση ενός ημερολογίου και με πολλαπλασιασμό των ημερολογίων που πουλήθηκαν επί το κέρδος που υπολογίστηκε από την πώληση του ενός, προκύπτει το ζητούμενο. Η διαδικασία με την οποία σε ένα πρόβλημα βρίσκω πρώτα την τιμή της μιας μονάδας (με διαίρεση) και στη συνέχεια βρίσκω την άγνωστη τιμή (με πολλαπλασιασμό) λέγεται αναγωγή στη μονάδα.

Πρόβλημα: Ο Νίκος αγόρασε 2 κιλά μπανάνες και πλήρωσε 7€. Η Ελένη αγόρασε από το ίδιο μανάβικο 3 κιλά μπανάνες. Πόσα χρήματα πλήρωσε η Ελένη;



Απάντηση
δραστηριότητας
τετρ. εργασιών β, σελ. 40

Τα ποσά "αριθμός σφυγμών - χρόνος" είναι ανάλογα. Με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα υπολογίζονται οι σφυγμοί ανάλογα με το χρόνο που έχει περάσει. Το 1 λεπτό οι σφυγμοί είναι 75, σε 2 λεπτά θα είναι 150 κ.ο.κ.

Τα 3 ημερολόγια βγάζουν κέρδος 1,35€.

Από την πώληση του ενός το κέρδος θα είναι:

$$1,35 : 3 = 0,45\text{€}$$

Άρα, αν πουληθούν 256 ημερολόγια το συνολικό κέρδος θα είναι:

$$256 \cdot 0,45 = 115,2\text{€}$$



36. Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά



Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα πλέγονται δύο ποσά, στα οποία, όταν πολλαπλασιάζεται η τιμή του ενός ποσού με έναν αριθμό, η αντίστοιχη τιμή του άλλου διαιρείται με τον αριθμό αυτό.

Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα με έναν σταθερό αριθμό.

Άσκηση 1



Άσκηση 1

Εξετάσετε τα παρακάτω ζευγάρια ποσών, και υπογραμμίστε τα αντιστρόφως ανάλογα:

Αριθμός εργατών και χρόνος εκτέλεσης ενός έργου.

Ταχύτητα πλοίου και ώρες που ταξιδεύει για μια διαδρομή.

Ύψος και βάρος ενός ατόμου.

Μέγεθος και αξία σε οποιοδήποτε προϊόν

Λύση

Αριθμός εργατών και χρόνος εκτέλεσης ενός έργου. (Είναι αντιστρόφως ανάλογα γιατί με διπλάσιο αριθμό εργατών ο χρόνος εκτέλεσης ενός έργου μειώνεται στο μισό).

Ταχύτητα πλοίου και ώρες που ταξιδεύει για μια διαδρομή. (Είναι αντιστρόφως ανάλογα γιατί με διπλάσια ταχύτητα οι ώρες που θα ταξιδεύει για να κατέψει μια διαδρομή μειώνονται στο μισό).





Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά



Απάντηση
άσκησης 1
τετρ. εργασιών β, σελ. 41

- **Ταχύτητα του αυτοκινήτου και ο χρόνος διαδρομής του αυτοκινήτου**

Είναι αντιστρόφως ανάλογα ποσά αφού, όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου, τόσο λιγότερο χρόνο χρειάζεται να διατρέξει τη διαδρομή αυτή. Η απληση για την ενός προκαλεί αντίστροφη απληση στο άλλο ποσό.

- **Αριθμός ταχυδρομικών υπαλλήλων - Χρόνος διανομής απλησηογραφίας.**

(αντίστροφα ποσά) Όσο περισσότεροι ταχυδρομικοί υπάλληλοι υπάρχουν, τόσο λιγότερο χρόνο χρειάζεται για τη διανομή της απλησηογραφίας. Διπλάσιοι υπάλληλοι θα χρειαστούν το μισό χρόνο για τη διανομή.

- **Χωρητικότητα δοχείων - Αριθμός δοχείων για συσκευασία**

(αντίστροφα ποσά) Όσο μεγαλύτερη είναι η χωρητικότητα ενός δοχείου, τόσο λιγότερο αριθμό δοχείων θα χρειαστούμε. Αν τα δοχεία έχουν διπλάσια περιεκτικότητα, θα χρειαστούμε το μισό αριθμό δοχείων.



Απάντηση
άσκησης 2
τετρ. εργασιών β, σελ. 41

- **Αριθμός εργατών - Χρόνος που χρειάζεται να ολοκληρώσουν ένα έργο που έχουν αναλάβει.**

- **Ταχύτητα αυτοκινήτου - Χρόνος που κάνει να διανύσει μια απόσταση.**

- **Αριθμός παιδιών - Μέρος σοκολάτας που μοιράζονται.**



Απάντηση
άσκησης 3
τετρ. εργασιών β, σελ. 41

Και στις τρεις περιπτώσεις τα ποσά είναι αντίστροφα. Επομένως, με τον αριθμό που θα πολλαπλασιαστεί ή θα διαιρεθεί το ένα ποσό, με τον ίδιο αριθμό θα διαιρεθεί ή θα πολλαπλασιαστεί αντίστοιχα το άλλο.



Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών β, σελ. 41

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
Αριθμός υπαλλήλων	1	2	3	4
Αριθμός καρτών (σε 3 ημέρες)	90	180	270	360

Απάντηση: Οι 4 υπάλληλοι θα ετοιμάσουν 360 κάρτες σε 3 ημέρες.....

Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών β, σελ. 42

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και ο χρόνος που κάνει να διανύσει μια απόσταση είναι ποσά αντίστροφα, αφού με διπλάσια ταχύτητα χρειάζεται το μισό χρόνο να διανύσει την απόσταση αυτή. Συμπληρώνω τον πίνακα ποσών τιμών ως εξής:

Με τον αριθμό που θα πολλαπλασιάζεται το πρώτο ποσό, με τον ίδιο αριθμό θα διαιρείται το δεύτερο.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ				
Χρόνος που απαιτείται (σε ώρες)	2	3	4	5	6
Ταχύτητα αυτοκινήτου	90	60	45	36	30

Απάντηση
δραστηριότητας
τετρ. εργασιών β, σελ. 42

Για να ολοκληρωθεί το πότισμα με 2 διαδρομές, πρέπει να τα παιδιά να είναι 15. Ένα παιδί μόνο του θα χρειαστεί να κάνει 30 διαδρομές για να ολοκληρώσει το πότισμα.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ				
Αριθμός παιδιών	5	10	15	30	1
Διαδρομές	6	3	2	1	30



37. Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Μπορούμε να βρούμε την άγνωστη τιμή σε ένα πρόβλημα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά με δύο τρόπους

a) Με αναγωγή στη μονάδα

Είναι η διαδικασία με την οποία σε ένα πρόβλημα με ποσά αντιστρόφως ανάλογα, βρίσκω πρώτα την τιμή της μιας μονάδας (με πολλαπλασιασμό) και στη συνέχεια διαιρώντας βρίσκω την άγνωστη τιμή.

Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 7



Τα 460 χαρτονομίσματα των 5€ είναι $460 \times 5 = 2300\text{€}$. Το 1 χαρτονόμισμα των 20€ έχει 20€.

Άρα τα 2300€ είναι $2300 : 20 = 115$ χαρτονομίσματα των 20€.
Τα ποσά αριθμός χαρτονομισμάτων και ποσό είναι αντιστρόφως ανάλογα (μεγαλύτερη αξία χαρτονομίσματος πιγότερα χαρτονομίσματα). Άρα τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα. Σχηματίζω τα γινόμενα και βρίσκω τον άγνωστο όρο.

$$20 \cdot x = 5 \cdot 360, 20 \cdot x = 2300 \text{ επομένως } x = 2300 : 20$$

Άρα $x = 115$ χαρτονομίσματα. (μεγαλύτερη αξία χαρτονομίσματος πιγότερα χαρτονομίσματα).

β) Σχηματίζοντας πίνακα ποσών και τιμών

Εργάζομαι ως εξής:

Φτιάχνω τον πίνακα ποσών και τιμών.

Εξετάζω αν τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα.

Χρησιμοποιώ μεταβλητή για την άγνωστη τιμή.

Σχηματίζω την εξίσωση που δημιουργείται από τα ίσα γινόμενα των τιμών. Βρίσκω τον άγνωστο όρο, πλέοντας την εξίσωση.

Ποσά	Τιμές	
αριθμός χαρτονομισμάτων	5	20
ποσό	460	x

Απάντηση: Θα πάρει 115 χαρτονομίσματα των 20€



Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά



Προβλήματα

Πρόβλημα 1

Ένα έργο είχε υπολογιστεί για να τελειώσει σε 30 ημέρες ότι χρειάζονταν 10 εργάτες την ημέρα. Υπήρξε ανάγκη συντόμευσης του έργου σε 15 ημέρες. Πόσοι εργάτες θα χρειαστούν την ημέρα.



Πύση

Τα ποσά "αριθμός εργατών και ημέρες" για το τελείωμα του έργου είναι ποσα αντιστρόφως ανάλογα οπότε τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα. Ας θεωρήσουμε την μεταβλητή x να παριστάνει τον ζητούμενο αριθμό των εργατών ανα ημέρα.

$$\text{Έχουμε } 15 \cdot x = 30 \cdot 10 \quad \text{ή } 15x = 300$$

$$\text{και επομένως } x = 300 : 15 = 20 \text{ εργάτες.}$$



Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 7

β) Σχηματίζω πίνακα ποσών και τιμών

Τα ποσά ημέρες και χρήματα είναι αντιστρόφως ανάλογα, (περισσότερα χρήματα - λιγότερες μέρες).

Άρα τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα. Σχηματίζω τα γινόμενα και βρίσκω τον άγνωστο όρο.

Ποσά	Τιμές	
ημέρες	15	30
χρήματα	45	x

Σε 1 ημέρα θα έπρεπε να συγκεντρώσουν

$$45 \cdot 15 = 675 \text{ €.}$$

Για να μαζέψουν αυτό το ποσό σε 30 ημέρες θα πρέπει κάθε μέρα να αποταμιεύουν: $675 : 30 = 22,5 \text{ €}$

$$30 \cdot x = 15 \cdot 45$$

$$30 \cdot x = 675 \quad \text{επομένως } x = 675 : 30 \quad \text{Άρα } x = 22,5 \text{ χαρτονομίσματα.}$$

Απάντηση: Πρέπει να αποταμιεύουν 22,5€ την ημέρα.....





Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Πρόβλημα 2

Μια οικογένεια έχει αποφασίσει να κάνει διακοπές για 12 ημέρες και να ξοδέψει 2.160€ για όλες τις ημέρες ξοδεύοντας κάθε μέρα το ίδιο ποσό.

Για παράταση των διακοπών σε 15 ημέρες πόσο πρέπει να ξοδεύει ημερησίως αν διαθέτει μόνο 2.160€.



Πάντα

Η κάθε μέρα κοστίζει στην οικογένεια:

$$2.160 : 12 = 180\text{€}$$

Έστω ότι πρέπει να ξοδεύει $x\text{€}$ την ημέρα αν αποφασίσει να παρατείνει τις διακοπές για 15 ημέρες. Ημέρες και καθημερινά έξοδα με δεδομένο το σύνολο είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα δηλ.

$$15 \cdot x = 12 \cdot 180, 15 \cdot x = 2.160 \text{ οπότε } x = 2.160 : 15 = 144\text{€}.$$



Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών γ., σελ. 7

Οι 15 οικογένειες παίρνουν από 750€ η κάθε μία.

Αν ήταν 1 οικογένεια θα έπαιρνε

$750 \cdot 15 = 11.250\text{€}$ Υπάρχουν όμως άλλες 10 οικογένειες, δηλαδή συνολικά υπάρχουν 25 οικογένειες. Θα πρέπει θοιοπόνη τη κάθε μία να πάρει το έκκινο ποσό: $11.250 : 25 = 450\text{€}$

$$25 \cdot x = 15 \cdot 750$$

$$25 \cdot x = 11250 \text{ επομένως } x = 11250 : 25 \text{ Άρα } x = 22,5\text{€}.$$

Ποσά	Τιμές	
οικογένειες	15	25
χρήματα	750	x

Απάντηση: Η κάθε μία από τις 25 άπορες οικογένειες θα πάρει 450€.



Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 8

Για 15 ημέρες τα παιδιά τρώνε 160 γραμμάρια γλυκού.

Άρα συνολικά έχουν $(160 \cdot 15) = 2400$ γραμ. Αν, λοιπόν, έχουν 2400 γραμμάρια γλυκού για να περάσουν 20 ημέρες, θα πρέπει να τρώνε $2400 : 20 = 120$ γραμ. την ημέρα.

Απάντηση: ...Κάθε παιδί θα πρέπει να καταναλώνει 120 γραμ. γλυκού κάθε μέρα.....



Απάντηση
προβλήματος 5
τετρ. εργασιών γ, σελ. 8

Το ποσό που έχει ο φοιτητής είναι $30 \cdot 15 = 450\text{€}$. Αν τα χρήματα αυτά πρέπει να επαρκέσουν για 45 ημέρες, θα πρέπει να ξοδεύει $450 : 45 = 10\text{€}$ κάθε ημέρα

Απάντηση: ...Πρέπει να ξοδεύει 10€ την ημέρα.....





38. Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά

Η μέθοδος για να λύνουμε προβλήματα ποσών, όπου γνωρίζουμε τρεις τιμές και ψάχνουμε την τέταρτη ονομάστικη **απλή μέθοδος των τριών**.

Διακρίνουμε τρία βήματα:

1^o βήμα:

Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2^o βήμα:

Ελέγχω ότι τα ποσά είναι ανάλογα

3^o βήμα

Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραμμένο.



Πρόβλημα 1

Τα 3 μέτρα ενός υφάσματος κοστίζουν 21€.

Να βρείτε πόσο θα κοστίσουν τα 15 μέτρα του ίδιου υφάσματος.



Πύση

Τα ποσά “μέτρα υφάσματος και χρήματα” που κοστίζουν είναι ποσά ανάλογα. Θα λύσουμε το πρόβλημα με πίνακα.

$$\frac{3}{21} = \frac{15}{x}$$

$$3 \cdot x = 21 \cdot 15$$

$$3x = 315$$

$$x = 315 : 3$$

$$x = 105 \text{€}$$

Ποσά	Τιμές	
μέτρα υφάσματος	3	15
χρήματα που κοστίζουν	21	x



Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 9

Διακρίνουμε τρία βήματα:

1° βήμα: Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2° βήμα: Ελέγχω ότι τα ποσά είναι ανάλογα →

Η δεξαμενή 2 πυρ. οχημάτων γεμίζει σε 5 λεπτά

Η δεξαμενή 12 πυρ. οχημάτων γεμίζει σε x; λεπτά

3° βήμα

Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραμμένο.

$$x = 5 \cdot \frac{12}{2} = \frac{60}{2}$$

Άρα $x = 30$ λεπτά

Συνέχεια
Απάντησης
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 9

2° βήμα: Σχηματίζω την αναλογία $\frac{2}{5} = \frac{12}{x}$

3° βήμα: Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα

4° βήμα: Λύνω την εξίσωση:

Με πίνακα ποσών - τιμών

1° βήμα: Σχηματίζω τον πίνακα ποσών και τιμών

$$2x = 12 \cdot 5$$

$$2x = 60$$

$$x = 60 : 2$$

$$x = 30 \text{ λεπτά}$$

Ποσά	Τιμές	
αριθμός πυροσβεστικών οχημάτων	2	12
χρόνος που γεμίζει η δεξαμενή	5	x

Απάντηση: Η δεξαμενές των 12 πυροσβεστικών οχημάτων θα γεμίσουν σε 30 λεπτά.





Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά

Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 9



1° βήμα: Κάνω κατάταξη
(τακτοποιώ τα ποσά
προσέχοντας να βάλω
τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2° βήμα: Ελέγχω ότι τα ποσά είναι ανάλογα

3° βήμα: Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραφμένο.

2ος τρόπος. Με πίνακα ποσών - τιμών

1° βήμα: Σχηματίζω τον πίνακα ποσών και τιμών

2° βήμα: Σχηματίζω την αναλογία $\frac{100}{3} = \frac{x}{420}$

3° βήμα: Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα $3x = 100 \cdot 420$ ή $3x = 42000$

4° βήμα: Λύνω την εξίσωση: $x = 42000 : 3 = 14.000$ λίτρα

Απάντηση: Από 14.000 λίτρα θα παραχθούν 420 κιλά αηάτι.....

Από 100 λίτρα νερού παράγονται 3 κιλά αηάτιού

Από x ; λίτρα νερού παράγονται 420 κιλά αηάτιού

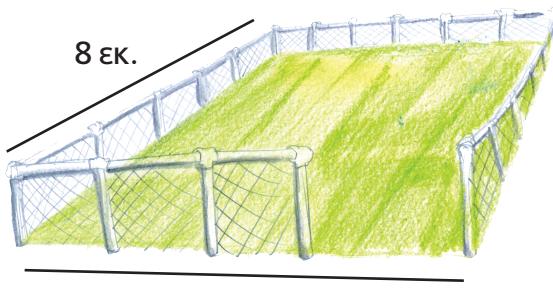
$$x = \frac{420}{3} \cdot 100 \text{ ή } x = 140 \cdot 100 = 14.000 \text{ λίτρα}$$

Ποσά	Τιμές	
λίτρα θαηάσσινού νερού	100	x
κιλά αηάτι	3	420

Πρόβλημα 2

Σε ένα τοπογραφικό σχέδιο ένα οικόπεδο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου και διαστάσεις όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν γωρίζουμε ότι τα 400 μέτρα πραγματικής απόστασης, στο σχέδιο παριστάνονται σαν απόσταση 2εκ., να βρείτε τις πραγματικές διαστάσεις του οικοπέδου.



Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά



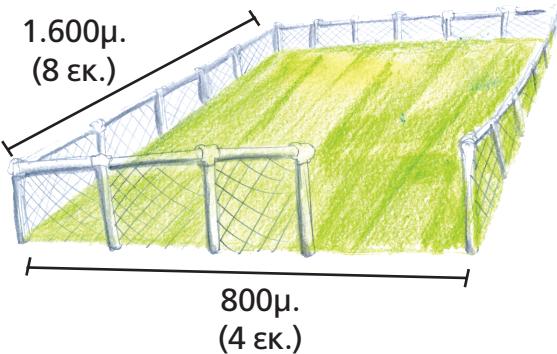
Λύση

Τα 400 μέτρα παριστάνονται με 2 εκ.

Τα x ; μέτρα παριστάνονται με 4 εκ.

$$x = 400 \frac{4}{2} = \frac{1.600}{2} = 800 \text{ μέτρα.}$$

Επειδή η άλλη διάσταση είναι 8 εκ. δηλαδή διπλάσια αυτής των 4 εκ. στην πραγματικότητα είναι 1.600 μέτρα. Άρα το οικόπεδο έχει πραγματικές διαστάσεις όπως φαίνεται στο σχήμα.



Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών γ, σελ. 9



Με πίνακα ποσών - τιμών

1^ο βήμα: Σχηματίζω τον πίνακα ποσών και τιμών

2^ο βήμα: Σχηματίζω την αναλογία $\frac{84}{420} = \frac{1}{x}$.

3^ο βήμα: Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα $84x = 420 \cdot 1$

4^ο βήμα: Λύνω την εξίσωση: $x = 420 : 84 = 5$

Απάντηση: Η κλίμακα του χάρτη είναι 1:5.. δηλαδή κάθε ένα εκατοστό του χάρτη αντιστοιχεί σε 5 χιλιόμετρα πραγματικής απόσταση.

Ποσά	Τιμές	
Απόσταση στο χάρτη (σε εκατοστά)	84	1
πραγματική απόσταση	420	x





Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 10

1° βήμα: Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2° βήμα: Ελέγχω ότι τα ποσά είναι ανάλογα

3° βήμα: Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραμμένο.

Ζως τρόπος: Με πίνακα ποσών - τιμών

1° βήμα: Σχηματίζω τον πίνακα ποσών και τιμών

2° βήμα: Σχηματίζω την αναλογία $\frac{150}{24,6} = \frac{205}{x}$.

3° βήμα: Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα

$$150x = 24,6 \cdot 205, \quad 150x = 5043$$

4° βήμα: Λύνω την εξίσωση: $x = 5043 : 150 = 33,62$

Απάντηση: Για 205 λεπτά ομιλίας θα πληρώσει 33,62€.....

Για 150 λεπτά πληρώνει 24,6€

Για 205 λεπτά πληρώνει x ; €

$$x = \frac{250}{150} \cdot 24,6 = \frac{5043}{150} = 33,62$$

Άρα $x=5$

Ποσά	Τιμές	
λεπτά ομιλίας	150	205
αξία χρόνου ομιλίας	24,6	x



Απάντηση
προβλήματος 5
τετρ. εργασιών γ, σελ. 10

Με πίνακα ποσών - τιμών

1° βήμα: Σχηματίζω τον πίνακα ποσών και τιμών

2° βήμα: Σχηματίζω την αναλογία

$\frac{300}{400} = \frac{480}{x}$.

3° βήμα: Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα

$$300x = 480 \cdot 400, \quad 300x = 192000$$

4° βήμα: Λύνω την εξίσωση:

$$x = 192000 : 300 = 640 \text{ κιλά σταφύλια}$$

Αν κάθε τελάρο χωράει 16 κιλά σταφύλια; $640 : 16 = 40$

Απάντηση: Για να παρασκευαστούν 480 λίτρα κρασί θα χρειαστούν 40 τελάρα σταφύλια.....

Ποσά	Τιμές	
λίτρα κρασιού	300	480
κιλά σταφύλια	400	x



Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 6
τετρ. εργασιών γ, σελ. 10



1° βήμα: Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2° βήμα: Ελέγχω ότι τα ποσά είναι ανάλογα

3° βήμα: Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραμμένο.

2ος τρόπος: Με πίνακα ποσών - τιμών

1° βήμα: Σχηματίζω τον πίνακα ποσών και τιμών

2° βήμα: Σχηματίζω την αναλογία $\frac{1}{90} = \frac{x}{720}$.

3° βήμα: Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα $90x = 720 \cdot 1$

4° βήμα: Λύνω την εξίσωση: $x = 720 : 90 = 8$ ημέρες

(Βοηθητική πράξη) $8 \cdot 90 = 720$ €, $720 + 455 = 1.175$ €

Απάντηση: Θα κάνει διακοπές 8 ημερών....

Αν αφαιρέσουμε το εισιτήριο θα έχει: $1.175 - 455 = 720$ € διαθέσιμα.

Η 1 ημέρα κοστίζει 90€
x; ημέρες θα κοστίζουν 720€

$$90x = 720$$

$$x = 720 : 9 = 8 \text{ ημέρες}$$

Τα διαθέσιμα χρήματα για τις διακοπές του θα είναι: $1.175 - 455 = 720$ €

Ποσά	Τιμές	
ημέρες διακοπών	1	x
κόστος	90	720





39. Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά

Απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά

Για να βρω την άγνωστη τιμή σε προβλήματα αντιστρόφως ανάλογων ποσών με την απλή μέθοδο των τριών, ακολουθώ τρία βήματα:

1^o βήμα:

Κατάταξη (βάζω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2^o βήμα:

Σύγκριση ποσών (εξετάζω αν τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα)

3^o βήμα:

Λύση (πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών)

Δεν πρέπει να ξεχνώ **στο τέλος να επέγχω την απάντηση**



Πρόβλημα 1

Για ένα δάνειο κάποιος πληρώνει 30€ τον μήνα για 60 μήνες. Σε πόσους μήνες θα αποπληρώσει το ίδιο δάνειο αν πληρώνει 50€ τον μήνα. Ποιο είναι το ποσό του δανείου;

Πάντα

Τα ποσά, μήνες και χρήματα για κάθε μήνα, στην περίπτωση μας είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα.

Χρειάζεται 60 μήνες αν δίνει 30€ τον μήνα

Χρειάζεται x; μήνες αν δίνει 50€ τον μήνα

$$x = 60 \frac{30}{50} = \frac{1.800}{50} = \textcolor{red}{36 \text{ μήνες.}}$$

Το ποσό του δανείου είναι **1.800€**



Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά



1^o βήμα:

Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 11



2^o βήμα:

Ελέγχω ότι τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα

3^o βήμα:

Με 5€ την ημέρα συγκεντρώνει τα χρήματα σε 32 εβδομάδες

Λύση:

πολλαπλασιάζω τον αριθμό που

είναι πάνω από το x επί το κλάσμα
των άλλων δύο αριθμών.

$$x = \frac{5}{8} \cdot 32 = 20$$

Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, αφού με περισσότερα χρήματα την ημέρα θα χρειασθούν λιγότερες εβδομάδες για να μαζέψει τα χρήματα.

Απάντηση: Σε 20 εβδομάδες θα καταφέρει να συγκεντρώσει το ίδιο ποσό.



Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 11

1^o βήμα:

Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2 εργάτες χρειάστηκαν 4 ώρες για να τελειώσουν τις εργασίες
x; εργάτες χρειάζονται 1 ώρα για να τελειώσουν τις εργασίες

2^o βήμα:

Ελέγχω ότι τα ποσά είναι
αντιστρόφως ανάλογα

3^o βήμα: Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από
το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών.

$$x = \frac{4}{1} \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$$

Απάντηση: 8 εργάτες χρειάζονται για να τελειώσουν τις εργασίες σε 1 ώρα.





Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά

Πρόβλημα 2

Τα παιδιά μιας τάξης ενός σχολείου θέλησαν να ζωγραφίσουν μια οθρογώνια λωρίδα στην πίσω πλευρά του μεγάλου τοίχου του κτιρίου όπως φαίνεται στο σκίτσο.

Αν γνωρίζουν ότι για κάθε 6 μέτρα χρησιμοποιώντας διαφορετικό χρώμα (που δεν επαναλαμβάνεται) θα χρειαστούν 10 διαφορετικά χρώματα, να βρείτε:

- Πόσα διαφορετικά χρώματα θα χρειαστούν αν κάθε 5 μέτρα χρησιμοποιούν διαφορετικό χρώμα.
- Αν με τον πρώτο τρόπο βαψίματος 5 μαθητές χρειάζονται 12 ώρες για να τελειώσουν το έργο πόσες ώρες χρειάζονται 3 μαθητές που ανέλαβαν το έργο.



Πύση

- Για κάθε 6 μέτρα χρειάζονται 10 διαφορετικά χρώματα

Για κάθε 5 μέτρα χρειάζονται x; διαφορετικά χρώματα

$$x = 10 \frac{6}{5} = \frac{60}{5} = \mathbf{12 \text{ διαφορετικά χρώματα}}$$

- Οι 5 μαθητές χρειάζονται 12 ώρες

Οι 3 μαθητές χρειάζονται x; ώρες

$$x = 12 \frac{5}{3} = \frac{60}{3} = \mathbf{20 \text{ ώρες}}$$



Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά



Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών γ, σελ. 11



1° βήμα: Κάνω κατάταξη (τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2° βήμα: Ελέγχω ότι τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα

3° βήμα: Λύση: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών.

Χρειάζονται ανά 5 μέτρα 90 δεντράκια

Θα χρειαστούν ανά 3 μέτρα x ; δεντράκια

(τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα)

$$x = \frac{5}{3} \cdot 90 = 150$$

Απάντηση: Θα πρέπει να φυτέψουν 150 δεντράκια.

Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 12



Με 30€ την ημέρα περνάει 15 ημέρες διακοπών

Με 22,5€ την ημέρα περνάει x ; ημέρες διακοπών

(τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα)

$$x = \frac{30}{22,5} \cdot 15 \quad \text{ή} \quad x = \frac{450}{22,5}$$

$$x = 20$$

Απάντηση: Με 22,5€ την ημέρα θα κάνει διακοπές 20 ημερών.





Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά

Απάντηση
προβλήματος 5
τετρ. εργασιών γ, σελ. 11



Για να περιφράξουμε το διπλανό οικόπεδο θα χρειαστούμε
 $360 - 72 = 288$ πασσάλους

Αν οι 360 πάσσαλοι τοποθετηθούν ανά 1,20μ.
οι 288 πάσσαλοι θα τοποθετηθούν ανά x; μ.

(τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα)

$$x = \frac{360}{288} \cdot 1,20 \quad \text{ή} \quad x = \frac{432}{288} = 1,5\mu$$

Απάντηση: Η απόσταση ανάμεσα στους πασσάλους του δεύτερου οικοπέδου θα είναι 1,5 μ.

1° βήμα: Κάνω κατάταξη

(τακτοποιώ τα ποσά, προσέχοντας να βάλω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)

2° βήμα: Ελέγχω ότι τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα

3° βήμα: Λύσω: πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών.

Απάντηση
προβλήματος 6
τετρ. εργασιών γ, σελ. 11



Από τους 20 στρατιώτες απολύθηκαν 4 στρατιώτες.

Άρα στο στρατιωτικό φυλάκιο έμειναν 16 στρατιώτες.

Οι 20 στρατιώτες έχουν τροφή για 20 ημέρες

Οι 16 στρατιώτες θα έχουν τροφή για x; ημέρες

$$x = \frac{20}{16} \cdot 20 = 25$$

Απάντηση: Οι 16 στρατιώτες θα περάσουν 25 ημέρες με την ίδια τροφή.



40. Εκτιμώ το ποσοστό



Ποσοστά

Ποσοστό ενός ποσού είναι ένα μέρος του ποσού αυτού (ο λόγος του μέρους προς όλο το ποσό).

Ποσοστό στα 100 είναι ένα μέρος του ποσού που έχει τιμή 100 και γράφεται με κλάσμα που έχει αριθμητή το μέρος και παρονομαστή το 100 ή με το **σύμβολο %**.

Για μικρό μέρος μεγάλου ποσού χρησιμοποιούμε κλάσμα με παρονομαστή το 1.000 και το λέμε ποσοστό στα χίλια (%o).



Απάντηση
άσκησης 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 13

- Αν τα παιδιά ήταν 100, το πρόβλημα θα το έλιυναν τα 90.
Άρα τα 9 παιδιά από τα 10, έλιυσαν το πρόβλημα.
- Στα 100 αυτοκίνητα τα 50 ρυπαίνουν περισσότερο από το κανονικό.
Δηλαδή τα μισά αυτοκίνητα.
- Το $\frac{25}{10}$ ενός αριθμού είναι το 2. Το $\frac{100}{100}$ θα είναι το 8, αφού $25 \cdot 4 = 100$.
- Από 100 κιλά σταφύλια θα πάρουμε 70 κιλά μούστο.
- Στα 100 λίτρα αίματος τα 90 λίτρα είναι νερό. Στα 5 λίτρα αίματος θα έχουμε $90 : 20 = 4,5$ λίτρα νερό



Απάντηση
άσκησης 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 13

Το μιλιμετρέ χαρτί έχει: $10 \times 10 = 100$ τετραγωνάκια .

Αφού πρέπει να χρωματίσουμε το 20% της επιφάνειας, από τα 100 θα χρωματίσω τα 20.





Εκτιμώ το ποσοστό



Απάντηση
άσκησης 3
τετρ. εργασιών γ, σελ. 13

- A. 50% του μεγάλου τετραγώνου.
- B. 25% του μεγάλου τετραγώνου.
- C. 12,5% του μεγάλου τετραγώνου.
- D. 12,5% του μεγάλου τετραγώνου.

- Το κομμάτι A είναι το μισό του μεγάλου τετραγώνου.
- Το κομμάτι B είναι το $\frac{1}{4}$ του μεγάλου τετραγώνου.
- Το κομμάτι Γ είναι το $\frac{1}{8}$ του μεγάλου τετραγώνου.
- Το κομμάτι Δ είναι, όπως και το Γ, το $\frac{1}{8}$ του μεγάλου τετραγώνου.



Απάντηση
άσκησης 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 14

- Πρέπει να απλιάζουν όνομα αφού από τους 100 μόνο οι 10 είχαν επιτυχία στις βοήθεις τους
- Όχι, διότι το 100% δείχνει βεβαιότητα ότι θα βρέξει, άρα θα πρέπει να έλεγαν: "Αύριο η μέρα θα είναι βροχερή"
- Όχι, γιατί η περιεκτικότητά του σε χυμό φρούτου είναι πολύ μικρή.
- Όχι, διότι δεν πρόκειται για μεγάλη έκπτωση, απλά για μικρή.



Εκτιμώ το ποσοστό



Πρόβλημα 1

Ποιο από τα παρακάτω κλάσματα εκφράζει μεγαλύτερο ποσοστό στα εκατό (%)

$$\frac{1}{5}, \frac{4}{25}, \frac{9}{50}$$

Πύση

Ισχύει:

$$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} \rightarrow 20\%$$

$$\frac{4}{25} = \frac{16}{100} \rightarrow 16\%$$

$$\frac{9}{50} = \frac{18}{100} \rightarrow 18\%$$

Μεγαλύτερο ποσοστό εκφράζει το κλάσμα $\frac{1}{5}$ το οποίο είναι **20%**.



Απάντηση
άσκησης 5
τετρ. εργασιών γ, σελ. 14

Θα φτιάξω κλάσματα με παρονομαστή το 100, οπότε ο αριθμοτής θα αποτελεί το μέρος του όλου.

Μοιράζοντας την αριθμογραμμή των ποσοστών ανά 10, βλέπω που αντιστοιχεί το κάθε κλάσμα.

Επίσης χωρίζω την αριθμογραμμή των κλασμάτων σε 10 μέρη και αφού έχω μετατρέψει τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς βλέπω εύκολα που αντιστοιχεί το κάθε κλάσμα.

$$\frac{1}{10} = 0,1 = \frac{10}{100}$$

$$\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{75}{100}$$

$$\frac{1}{2} = 0,2 = \frac{20}{100}$$

$$\frac{8}{20} = 0,4 = \frac{40}{100}$$





Εκτιμώ το ποσοστό

Πρόβλημα 2

Μεγάλο κατάστημα διαφημίζεται μέσω της έκπτωσης την οποία αναγγέλλει με ευφυή τρόπο. Αναφέρεται ότι "Αν αγοράσετε ένα αντικείμενο Α πληρώνεται την αρχική του τιμή που είναι 2€ με έκπτωση 25%. Αν όμως αγοράσετε δύο αντικείμενα Α το πρώτο το πληρώνετε 2€ και το δεύτερο με έκπτωση 50%".

Ποια προσφορά νομίζετε ότι συμφέρει το κατάστημα και ασφαλής όχι τον καταναλωτή!!



Πάνω

Στην πρώτη περίπτωση έχουμε:

Αν κοστίζει 100€ πληρώνετε 75€ (έκπτωση 25%)

Αν κοστίζει 2€ πληρώνετε x;

$$x = 75 \cdot \frac{2}{100} = \frac{150}{100} = \textcolor{red}{1,5\text{€}} \text{ ή τιμή του προϊόντος A}$$

Στην δεύτερη περίπτωση το δεύτερο προϊόν Α πληρώνεται με 1€ αφού κοστίζει 2€ και έχει έκπτωση 50%. Ο καταναλωτής λοιπόν για δύο αντικείμενα πληρώνει **2 + 1 = 3€**

Δηλαδή το κάθε ένα το πληρώνει **1,5€**.

Φαινομενικά λοιπόν δεν υπάρχει διαφορά στις δύο προσφορές όσον αφορά την τιμή του προϊόντος θεωρώντας αυτό σαν μονάδα.

Πρακτικά όμως η δεύτερη περίπτωση παραπλανά τον καταναλωτή διότι επιλέγοντάς την αγοράζει 2 προϊόντα που συνήθως δεν χρειάζεται. Αυτή είναι και η προσφορά που συμφέρει το κατάστημα.

Προσοχή!

Δείχνουμε ότι η συνολική έκπτωση και στην δεύτερη περίπτωση είναι 25% διότι τα 2 προϊόντα θα κόστιζαν.

4€ αλλά έχουμε έκπτωση 1€

100€ πληρώνετε x;€

$$x = 1 \frac{100}{4} = \textcolor{red}{25}$$

Άρα **έκπτωση 25%**.



Εκτιμώ το ποσοστό



Απάντηση
Δραστήρας με
προεκτάσεις
τετρ. εργασιών γ, σελ. 13

Το σύμβολο % χρησιμοποιείται για ποσοστά τα οποία αριθμούν μικρό μέρος του ποσού και παρονομαστή το 1000.

- Η Αντιγόνη έχει πάρει 4 από τους 200 λαχνούς. Άρα $\frac{4}{200} = \frac{4 \cdot 5}{200 \cdot 5} = \frac{20}{1000}$, έχει πάρει το 20%.
- Η Ιφιγένεια έχει πάρει $\frac{6}{250} = \frac{6 \cdot 4}{250 \cdot 4} = \frac{24}{1000}$, δηλαδή το 24%

Η Ιφιγένεια έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει, πολύ μικρή όμως, μόλις 4%.





41. Βρίσκω το ποσοστό

Ποσοστό ενός ποσού

Το ποσοστό στα εκατό (%) μπορεί να γραφεί ως **δεκαδικός αριθμός**, που δηλώνει εκατοστά. Τα **κλάσματα** είναι δυνατό να μετατραπούν σε ποσοστά αν τα μετατρέψουμε στα ισοδύναμα τους εκατοστιαία ή αν κάνουμε τη διαίρεση ανάμεσα στους όρους (με προσέγγιση εκατοστού).

Βρίσκω το ποσοστό σημαίνει βρίσκω το μέρος του όλου.



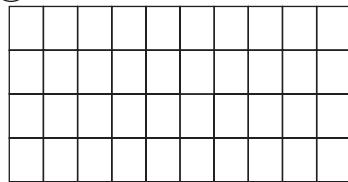
Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να μετατρέψετε σε κλάσματα τα ποσοστά που βρίσκονται πάνω από τα ορθογώνια και στη συνέχεια να χρωματίσετε το μέρος κάθε ορθογώνιου που εκφράζει το ποσοστό.

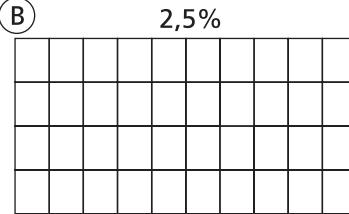
(A)

10%



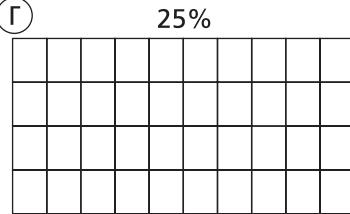
(B)

2,5%



(Γ)

25%



Πύση

- Για το Α είναι 10% $\rightarrow \frac{10}{100} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{3}{30} = \dots$

Για να αντληθούμε όμως το κομμάτι που θα χρωματίσουμε σκεφτόμαστε ότι στο ορθογώνιο Α το 10% σημαίνει:

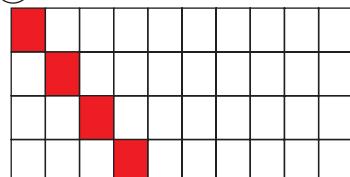
Στα 100 τετρ. τα 10 είναι χρωματισμένα

Στα 40 τετρ.χ;

$$x = 10 \cdot \frac{40}{100} = \frac{400}{100} = 4 \text{ τετραγωνάκια χρωματισμένα}$$

(Α)

10%



Βρίσκω το ποσοστό



- Με ανάλογο τρόπο για το Β είναι $2,5\% = \frac{25}{1.000} = \frac{1}{40} = \frac{2}{80} = \frac{50}{2.000} = \dots$

Στα 100 τετρ. τα 2,5 είναι χρωματισμένα

Στα 40 τετρ. $x;$

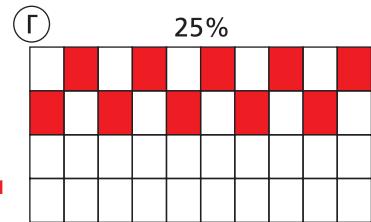
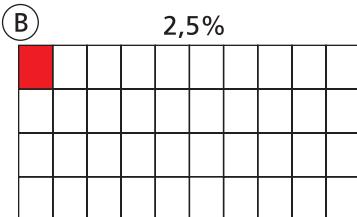
$$x = 2,5 \cdot \frac{40}{100} = 1 \text{ τετραγωνάκι χρωματισμένο}$$

- Για το Γ είναι $25\% = \frac{25}{1.000} = \frac{50}{2.000} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \dots$

Στα 100 τετρ. τα 25 είναι χρωματισμένα

Στα 40 τετρ. $x;$

$$x = 25 \cdot \frac{40}{100} = \frac{1.000}{100} = 10 \text{ τετραγωνάκια χρωματισμένα}$$



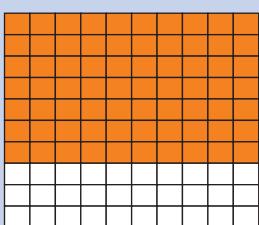
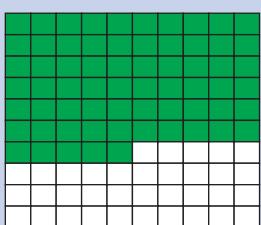
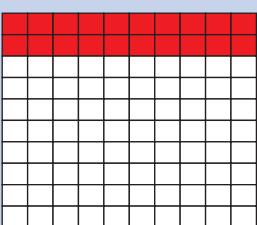
Απάντηση
άσκησης 1



τετρ. εργασιών γ, σελ. 15

Κλάσμα Εκατοστιαίο κλάσμα Δεκαδικός αριθμός Ποσοστό (%)

a.	$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	0,2	20%
β.	$\frac{3}{4}$	$\frac{75}{100}$	0,75	75%
γ.	$\frac{7}{10}$	$\frac{70}{100}$	0,7	70%





Βρίσκω το ποσοστό



Απάντηση
άσκησης 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 15

To 50% των 1000€ είναι τα μισά, άρα 500€.

$$\frac{75}{100} \cdot 1000 = \frac{750}{1000} \cdot 1000 = 750 \text{ γραμ.}$$

Άρα στο 1 κιλό θα πάρουμε 750 γραμμάρια ή 0,75 κιλά

$$\frac{10}{100} \cdot 1000 = 100 \mu. \quad \text{Άρα } 100 \mu. \text{ ή } 0,1 \text{ κιλ.}$$

$$\frac{40}{100} \cdot 2 = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ κιλά} \quad \frac{3}{100} \cdot 700 = 21 \text{ €}$$

Στα 100 εκατοστά θα πάρουμε 11,5 εκατοστά, άρα 0,115 του μέτρου.

$$\left(\frac{6}{100} = \frac{60}{1000} \right) \text{ Στα 1000 κιλά = 1 τόνο θα πάρουμε 60 κιλά.}$$

To $\frac{100}{100}$ είναι 24 ώρες $24 : 4 = 6$ ώρες αφού $4 \cdot 25 = 100$

Αν οι μαθητές του σχολείου είναι 300 θα είναι 30.

Στους 1000 έχουμε 1, άρα στα 4.000.000 θα πάρουμε 4.000.



Βρίσκω το ποσοστό



Προβλήμα 1

Τα ετήσια έξοδα μιας οικογένειας με ετήσιο εισόδημα 36.000€ έχουν ποσοστιαία κατανομή που φαίνεται στον διπλανό πίνακα.

- Να υπολογίσετε το ακριβές ποσό για κάθε δαπάνη.
- Μπορεί η οικογένεια να επωμιστεί και ένα δάνειο για το οποίο πρέπει να πληρώνει 105€ τον μήνα.

Δαπάνες	Ποσοστό	Κόστος
Φαγητό	50%	
Ενοίκιο - Δ.Ε.Η. - Ο.Τ.Ε.	30%	
Ενδυμασία	9%	
Λοιπές ανάγκες	7%	
Αποταμίευση	4%	
ΣΥΝΟΛΑ	100%	36.000€

Δύσον

- Ελέγχουμε πως προκύπτει το ποσό της ΑΠΟΤΑΜΙΕΥΣΗΣ και με ανάλογο τρόπο γίνονται τα υπόλοιπα

Στα 100 αποταμίευση τα 4€

Στα 36.000€ αποταμίευση x ;

$$x = 4 \frac{36.000}{100} = 1.440\text{€}$$

- Η οικογένεια δεν μπορεί να επωμιστεί ένα δάνειο με 105€ τον μήνα διότι χρειάζεται

$$12 \times 105 = 1.260\text{€ τον χρόνο}$$

και αυτά που έχει διαθέσιμα είναι αυτά της ΑΠΟΤΑΜΙΕΥΣΗΣ δηλαδή 1.440€

Δαπάνες	Ποσοστό	Κόστος
Φαγητό	50%	18.000€
Ενοίκιο - Δ.Ε.Η. - Ο.Τ.Ε.	30%	10.800€
Ενδυμασία	9%	3.240€
Λοιπές ανάγκες	7%	2.520€
Αποταμίευση	4%	1.440€
ΣΥΝΟΛΑ	100%	36.000€





Βρίσκω το ποσοστό



Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 16

Δαπάνη	Ποσοστό	Κόστος
Ενδυμασίες	23%	4.600€
Μεταφορές	6%	1.200€
Μισθός προπονητή	48%	9.600€
Μπάλες και άλλα υλικά	11%	2.200€
Μίσθωση γηπέδου	12%	2.400€
Σύνολα	100%	20.000 €

Στα 100€ τα 23€ δαπανήθηκαν για ενδυμασία

Στα 20.000€ τα x; € δαπανήθηκαν για ενδυμασία

$$x = \frac{20.000}{100} \cdot 23 = 200 \cdot 23 = 4600\text{€}$$

Στα 100€ τα 6 € δαπανήθηκαν για ενδυμασία

Στα 20.000€ τα x; € δαπανήθηκαν για ενδυμασία

$$x = \frac{20.000}{100} \cdot 6 = 200 \cdot 6 = 1200\text{€}$$

Με ίσοιο τρόπο υπολογίζονται και τα υπόλοιπα



Βρίσκω το ποσοστό



Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 16



Η Δήμητρα πήρε το

$$\frac{13}{25} \left(\frac{\text{αριθμός ψήφων που πήρε}}{\text{αριθμός ψήφων όλων των μαθητών}} \right) = 0,52 = \frac{52}{100} = 52\%$$

Ο Νικόλας πήρε το $\frac{12}{25}$ των συνολικών ψήφων, άρα

$$\frac{12}{25} = 0,48 = \frac{48}{100} = 48\%$$

Η έκπτωση κυμαίνεται από 10% εώς 40%

Αύξηση στις συντάξεις κατά 2%

Η αύξηση των καυσίμων ανέρχεται στο 1,5%

Η μείωση του συνολικού πληθυσμού τα τελευταία έτη είναι 8%

Το 10% των μετοχών θα περάσουν στο 2ο μέτοχο.

Το επιτόκιο στα δάνεια είναι σταθερό 2%

Απάντηση:

Δήμητρα: $\frac{13}{25}$ ή 52%,

Νικόλας: $\frac{12}{25}$ ή 48%





42. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή

Το ποσοστό δηλώνει πόσο αλλάξει η αρχική τιμή ενός ποσού προσθετικά (αύξηση) ή αφαιρετικά (μείωση).

Πώς βρίσκω την τελική τιμή ενός ποσού

Όταν η τιμή ενός ποσού αυξάνεται ή μειώνεται, το ποσοστό είναι το μέρος του ποσού που δηλώνει πόσο αύξηση ή μείωση υπάρχει στην αρχική τιμή του ποσού. Αν δεν γνωρίζουμε το ποσοστό επί της τιμής (αλλά μόνο το ποσοστό %), βρίσκουμε πρώτα αυτό, που τώρα ονομάζεται αύξηση ή μείωση της αρχικής τιμής. Η τελική τιμή του ποσού προκύπτει, όταν στην αρχική τιμή προσθέσουμε την αύξηση ή αφαιρέσουμε τη μείωση (το ποσοστό).

Τα ποσά στα ποσοστά είναι πάντα ανάλογα.

Απάντηση προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 17



Γνωρίζω την αρχική τιμή και το ποσοστό %.

- Θα βρω τη μείωση της αρχικής τιμής (την έκπτωση):
- Θα αφαιρέσω την έκπτωση από την αρχική τιμή:

Απάντηση προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 17



Απάντηση: Τον επόμενο χρόνο θα πληρώσουν 595€.

- Υπολογίζω τον αριθμό των τουριστών που θα μας επισκεφτούν φέτος.

$$2.500.000 \cdot \frac{8}{100}$$

- Θα υπολογίσω τον αριθμό που αναμένεται φέτος αν στον περσινό αριθμό προσθέσω τον επιπλέον αριθμό που αναμένονται φέτος.

1. Η μείωση της αρχικής τιμής θα

$$\text{είναι: } \frac{30}{100} \cdot 850 = 255\text{€}$$

2. Αφαιρώ από το λογαριασμό το ποσό και υπολογίζω πόσο θα πληρώσει την επόμενη χρονιά:

$$850 - 255 = 595\text{€}$$

$$1. 2.500.000 \cdot \frac{8}{100} = 200.000 \text{ περισσότεροι τουρίστες αναμένονται φέτος.}$$

2. Συνολικά θα μας επισκεφτούν:

$$2.500.000 + 200.000 = 2.700.000 \text{ τουρίστες}$$

Απάντηση: Φέτος αναμένονται 2.700.000 τουρίστες.



Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή



Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών γ, σελ. 17

- σηματοδότης 3** οργασιών γ, σελ. 17

 1. Ο αρχικός αριθμός είναι 90 μαθητές. Η αύξηση είναι 40%, ára υπολογίζω τον αριθμό των επιπλέον μαθητών.
 2. Προσθέτω στην αρχική τιμή τον αριθμό της αύξησης και υπολογίζω πόσοι είναι οι μαθητές του σχολείου σήμερα.

1. $90 \cdot \frac{40}{100} = 36$ μαθητές είναι η αύξηση.

2. Ο σημερινός αριθμός των μαθητών είναι:

$$30 + 36 = 126 \text{ μαθητές.}$$

Απάντηση: Οι μαθητές του σχολείου σήμερα είναι 126.



Προελήματα

Проблема 1

Η τιμή ενός προϊόντος είναι 4.000€ τον Αύγουστο. Στον Αθέξανδρο τέθηκε το ερώτημα:
Θα κοστίζει πιγότερο ή περισσότερο τον Νοέμβριο από την τιμή που είχε τον Αύγουστο το προϊόν αν:
i. Το Σεπτέμβριο η αρχική του τιμή αυξήθηκε κατά 15%.
ii. Η νέα τιμή του τον Νοέμβριο μειώθηκε κατά 15%.

Ο Αλέξανδρος απάντησε: Θα είναι ακριβώς η τιμή που είχε τον Αύγουστο δηλαδή 4.000€. Είχε δίκιο ή άδικο;

۱۰

- i. Η τιμή του προϊόντος του Σεπτεμβρίου προκύπτει ως εξής: $\frac{Στα\ 100\ €\ γίνονται\ 115\ €}{Στα\ 4.000\ €} = x$
ii. Η τιμή του προϊόντος του Νοεμβρίου προκύπτει ως εξής: $x = 115 \cdot \frac{4.000}{100} = 4.600\ €$

Τελικά ο Αηέξανδρος είχε άδικο.

Παρασύρθηκε από την αύξηση 15% και την μείωση στην συνέχεια 15% διότι, δεν έλαβε υπ'όψιν του ότι το ποσό στο οποίο “δρούσε” η αύξηση - μείωση ήταν διαφορετικό.

Στα 100 € γίνονται 115€

Στα 4.000 € x;

$$x = 115 \frac{4.000}{100} = \textcolor{red}{4.600\text{€}}$$

Όταν είχα 100€ μειώθηκαν στα 84€

Όταν είχα 4.600€

$$x = 85 \frac{4.600}{100} = \textcolor{red}{3.910\text{€}}$$





Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 18

- Αθλητικά παπούτσια. Η αρχική τιμή είναι 98€. Το ποσοστό της έκπτωσης είναι 15%. Η μείωση λοιπόν της τιμής θα είναι $98 \cdot \frac{15}{100} = 14,70\text{€}$.

Η τελική τιμή θα είναι: $98 - 14,70 = 83,30\text{€}$

- Φόρμα γυμναστικής

Η αρχική τιμή είναι 48€. Η έκπτωση που γίνεται είναι 20%, άρα το ποσό της έκπτωσης θα είναι: $48 \cdot \frac{20}{100} = 9,6\text{€}$
Η τελική τιμή θα είναι: $48 - 9,6 = 38,40\text{€}$

- Αθλητικές κάλτσες

Η αρχική τιμή είναι 12€. Αν το ποσοστό της έκπτωσης είναι 30%, η μείωση θα είναι $12 \cdot \frac{30}{100} = 3,6\text{€}$
Η τελική τιμή θα είναι: $12 - 3,6 = 8,40\text{€}$

- Μπάλα βόλεϊ

Η αρχική τιμή είναι 28€. Αν το ποσοστό της έκπτωσης είναι 15%, η έκπτωση θα είναι: $28 \cdot \frac{15}{100} = 4,2\text{€}$.
Η τελική τιμή θα είναι: $28 - 4,2 = 23,80\text{€}$

- Μπάλα ποδοσφαίρου

Η αρχική τιμή είναι 24€. Το ποσοστό της έκπτωσης είναι 30%. Άρα η έκπτωση θα είναι: $24 \cdot \frac{30}{100} = 7,20\text{€}$
Η τελική τιμή θα είναι: $24 - 7,2 = 16,80\text{€}$



Απάντηση
προβλήματος 5
τετρ. εργασιών γ, σελ. 18

- Θα υπολογίσω πόσο κόστισαν τα CD που θέλει να αγοράσει.
- Το ποσό αυτό θα είναι η αρχική τιμή.
- Θα υπολογίσω τη μείωση που θα κάνουν αφού γίνει έκπτωση 15%.
- Από την αρχική τιμή θα αφαιρέσω τη μείωση για να βρω την τελική τιμή.
- Από τα 30€ θα αφαιρέσω την τελική τιμή και θα υπολογίσω τα ρέστα που πήρε.
- $15,50 + 12,50 = 28\text{€}$
- $28 \cdot \frac{15}{100} = 4,2\text{€}$
- $28 - 4,2 = 23,8\text{€}$
- $30 - 23,8 = 6,2\text{€}$

Απάντηση: Πήρε 6,2€ ρέστα.



43. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή



Στα προβλήματα ποσοστών, επειδή ο αριθμός 100 είναι πάντα γνωστός, αρκεί να ξέρουμε δύο τιμές για να βρούμε την άγνωστη.

Βρίσκω την αρχική τιμή ενός ποσού

Όταν το ζητούμενο σ' ένα πρόβλημα με ποσοστά είναι η αρχική τιμή, για να την υπολογίσουμε αρκεί να γνωρίζουμε το ποσοστό % και μια τιμή ακόμα.

Σε προβλήματα στα οποία το ποσοστό δηλώνει μέρος του συνόλου και όχι κάποια αύξηση ή μείωση της αρχικής τιμής δεν υπάρχει τελική τιμή.



Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 19

1. Γνωρίζω την περιεκτικότητα του ζαχαρότευτλου σε ζάχαρη. Αν δηλαδή τα ζαχαρότευτλα ήταν 100 κιλά, τα 8 κιλά θα ήταν ζάχαρη. Ψάχνω να βρω τα κιλά ζαχαρότευτλων που χρειάζονται για να παραχθούν 50 κιλά ζάχαρης.
2. Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{κιλά ζάχαρης}}{\text{κιλά ζαχαρότευτλων}} \rightarrow \frac{8}{100} = \frac{50}{x}$$

3. Κάνω σταυρωτά γινόμενα και υπολογίζω την τιμή του x.

Απάντηση: Για την παραγωγή 50 κιλών ζάχαρης, ποσότητα που καταναλώνει μια οικογένεια σε 1 χρόνο, απαιτούνται 625 κιλά ζαχαρότευτλων.



Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 19

1. Το ποσοστό των εταιρειών που απάντησαν ήταν 32%. Αν δηλαδή είχαμε στείλει 100 ερωτηματολόγια, πήραμε 32 απαντήσεις. Ψάχνω να βρω πόσα ερωτηματολόγια έστειλαν αν οι απαντήσεις που έλαβα ήταν 152.
2. Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{απαντήσεις που έλαβα}}{\text{ερωτηματολόγια που έστειλα}} \rightarrow \frac{32}{100} = \frac{152}{x}$$

3. Κάνω σταυρωτά γινόμενα και υπολογίζω την τιμή του x.

Απάντηση:
Στείλαμε 475 ερωτηματολόγια.





Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή



Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών γ, σελ. 19

- Γνωρίζω ότι ο καθηγητής των μαθητών αφήνει πάντα φιλοδώρημα ίσο με το 15% της αξίας του γεύματος που κάνει. Δηλαδή, αν το γεύμα του κοστίζει 100€, αφήνει διλοδώρημα 15€. Αν άφησε φιλοδώρημα 2,40€, ψάχνω να βρω πόσο έκανε το γεύμα του.
- Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{φιλοδώρημα (σε €)}}{\text{αξία γεύματος (σε €)}} \rightarrow \frac{15}{100} = \frac{2,40}{x}$$

$$\frac{15}{100} = \frac{2,40}{x}$$

$$15 \cdot x = 2,40 \cdot 100$$

$$15 \cdot x = 240$$

$$x = 16\text{€}$$

Απάντηση:

Ο λογαριασμός του ήταν 16€.



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 20

- Η μείωση των εσόδων από τις πωλήσεις του προηγούμενου μήνα είναι 10%. Δηλαδή, αν τα έσοδα του Δεκεμβρίου ήταν 100€ τον Ιανουάριο θα ήταν 90€. Γνωρίζω όμως ότι τον Ιανουάριο τα έσοδα ήταν 18.000€. Θα υπολογίσω πόσα ήταν τα έσοδα του Δεκεμβρίου.
- Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{έσοδα Ιανουαρίου}}{\text{έσοδα Δεκεμβρίου}} \rightarrow \frac{90}{100} = \frac{18.000}{x}$$

$$\frac{90}{100} = \frac{18.000}{x}$$

$$90 \cdot x = 18.000 \cdot 100$$

$$90 \cdot x = 1.800.000$$

$$x = 20.000\text{€}$$

Απάντηση: Το Δεκέμβριο τα χρήματα από τις πωλήσεις ήταν 20.000€.



Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή



Απάντηση
προβλήματος 5
τετρ. εργασιών γ, σελ. 20



α ερώτημα

- Γνωρίζω ότι το 60% των θεατών κέρδισαν από μια αφίσα. Αν οι θεατές που κέρδισαν ήταν 45 θα υπολογίσω τον αριθμό των θεατών που παρακολούθησαν το έργο.

- Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{αριθμός θεατών που κέρδισαν αφίσα}}{\text{συνολικός αριθμός θεατών}} \rightarrow \frac{60}{100} = \frac{45}{x}$$

- Κάνω σταυρωτά γινόμενα και υπολογίζω το συνολικό αριθμό των θεατών που παρακολούθησαν το έργο.

β ερώτημα

- Θα υπολογίσω πόσο κόστισαν οι αφίσες. Πόσα ήταν τα έσοδα της Δευτέρας πριν γίνει η προσφορά, πόσα ήταν τα έσοδα της Δευτέρας με την προσφορά. Συγκρίνοντας τα έσοδα της μιας και της άλλης Δευτέρας θα συμπεράνω αν άξιζε η προσφορά.

α ερώτημα

$$\frac{60}{100} = \frac{45}{x}$$

$$60 \cdot x = 100 \cdot 45$$

$$60 \cdot x = 4.500$$

$$x = 75 \text{ θεατές}$$

β ερώτημα

$$45 \cdot 2 = 90\text{€}$$

Τα εισιτήρια μιας συνηθισμένης Δευτέρας θα είναι:

$$70 \cdot 6 = 420\text{€}$$

Τα έσοδα της Δευτέρας με την προσφορά θα είναι:

$$75 \cdot 6 = 450\text{€}$$

Το κόστος των αφισών είναι όμως 90€, άρα:

$$450 - 90 = 360\text{€}$$

Απάντηση: α. Οι θεατές της Δευτέρας είναι 75, β. Δεν άξιζε να συνεχιστεί η προσφορά.





44. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό %

Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό (%)

Η τιμή στην οποία υπολογίζεται το ποσοστό είναι η αρχική τιμή. Όταν το ζητούμενο σε ένα πρόβλημα είναι το ποσοστό %, δηλαδή το ποσοστό σε αρχική τιμή 100, για να το βρούμε πρέπει να γνωρίζουμε την αρχική τιμή και την αύξηση ή τη μείωση στην αρχική τιμή.

Αν γνωρίζουμε την τελική τιμή και δεν γνωρίζουμε την αρχική τιμή ή το ποσοστό αύξησης ή μείωσης στην αρχική, μπορούμε να υπολογίσουμε πρώτα αυτό που δεν γνωρίζουμε και μετά να συνεχίσουμε για να βρούμε το ποσοστό στα εκατό (%).



Απάντηση
προβλήματος 1
τετρ. εργασιών γ, σελ. 21

Με τον τρόπο που έγραψε την αναλογία είναι σαν να γνώριζε ότι το ποσοστό στα 350 είναι 100 και ψάχνει πόσο είναι το ποσοστό στα 34.

Το ποσοστό είναι 34%.

Συμπληρώνω την αναλογία

$$\frac{\text{αρχική τιμή}}{\text{τελική τιμή}} \rightarrow \frac{34}{100} = \frac{x}{350}$$

$$\frac{34}{100} = \frac{x}{350}$$

$$100 \cdot x = 34 \cdot 350$$

$$100 \cdot x = 11.900$$

$$x = 119$$

Εφαρμόζω σταυρωτά γινόμενα και βρίσκω το x.

Απάντηση: Το 34% του 350 είναι 119.



Απάντηση
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 21

- Όταν το ζητούμενο σε ένα πρόβλημα είναι το ποσοστό %, δηλαδή το ποσοστό σε αρχική τιμή 100, για να το βρούμε πρέπει να γνωρίζουμε την αρχική τιμή και την αύξηση ή τη μείωση στην αρχική τιμή.
- Αν γνωρίζουμε την τελική τιμή και δε γνωρίζουμε την αρχική τιμή ή το ποσοστό της αύξησης ή μείωσης στην αρχική, μπορούμε να υπολογίσουμε πρώτα αυτό που δε γνωρίζουμε και μετά να συνεχίσουμε να βρούμε το ποσοστό στα εκατό (%).



Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό %



Συνέχεια
απάντησης
προβλήματος 2
τετρ. εργασιών γ, σελ. 21

- Γνωρίζω το συνολικό αριθμό των διαφημίσεων (20).

Τον αριθμό αυτών που αναφέρονται σε παιχνίδια (12).

- Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{διαφημίσεις με παιχνίδια}}{\text{συνολικός αριθμός διαφημίσεων}} \rightarrow \frac{12}{20} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{12}{20} = \frac{x}{100}$$

$$20 \cdot x = 12 \cdot 100$$

$$20 \cdot x = 1200$$

$$x = 1200 : 20$$

$$x = 60$$

- Εφαρμόζω σταυρωτά γινόμενα και υπολογίζω το x. Το ζητούμενο ποσοστό θα είναι x%.



Απάντηση
προβλήματος 3
τετρ. εργασιών γ, σελ. 21

Απάντηση: Το 60% είναι διαφημίσεις με παιχνίδια.

a. Για το 1ο πουλόβερ θα πληρώσει όσο η αξία του, δηλαδή 41,70€. Για το 2ο πουλόβερ θα δώσει τα μισά από την αξία του, δηλαδή 27,80:2. Με πρόσθεση θα υπολογίσω πόσο πλήρωσε και για τα δύο.

β. Θα υπολογίσω πόσο θα κόστιζαν χωρίς τη μείωση που έγινε στο 2ο. Το ποσό αυτό θα είναι η αρχική τιμή. Η τελική τιμή θα είναι 55,60€ Με αφαίρεση τελική τιμή-αρχική τιμή θα υπολογίσω την έκπτωση. Συμπληρώνω

την αναλογία $\frac{\text{έκπτωση}}{\text{αρχική τιμή}}$ και υπολογίζω το ποσοστό της έκπτωσης που έγινε συνολικά.

$$\begin{aligned} a. \quad 27,80 : 2 &= 13,90 \\ 41,70 + 13,90 &= 55,60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad 27,80 + 41,70 &= 69,50 \\ 69,50 - 55,60 &= 13,90 \end{aligned}$$

Συμπληρώνω την αναλογία:

$$\frac{\text{έκπτωση}}{\text{αρχική τιμή}} \rightarrow \frac{13,90}{69,50} = \frac{x}{100}$$

$$69,50 \cdot x = 13,90 \cdot 100$$

$$69,50 \cdot x = 1390$$

$$x = 1390 : 69,50$$

$$x = 20$$

Απάντηση: a. Για τα δύο πουλόβερ πλήρωσε 55,60€,
β. Το ποσοστό της έκπτωσης που της έγινε τελικά ήταν 20%.





Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό %



Πρόβλημα 1

Ο Άκης καταγράφει τα αυτοκίνητα που διέρχονται από τον δρόμο του σπιτιού του και σημείωσε ότι σε μία ώρα από τα 250 αυτοκίνητα που πέρασαν τα 80 ήταν κόκκινα. Τι ποσοστό στα εκατό αυτοκίνητα είναι κόκκινα;

Πάντα

$$\frac{\text{Κόκκινα αυτοκίνητα} \rightarrow 80}{\text{Σύνολο} \rightarrow 250} = \frac{x}{100} \quad \text{άρα } 250 \cdot x = 80 \cdot 100,$$

$$250 \cdot x = 8.000,$$

$$x = 8.000 : 250,$$

$$x = 32$$

Δηλαδή 32% κόκκινα αυτοκίνητα



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 22

- Θα συμπληρώσω την αναλογία

$$\frac{\text{αριθμός βιβλίων για παιδιά και νέους}}{\text{συνολικός αριθμός βιβλίων}} \rightarrow \frac{5172}{43100} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{5172}{43100} = \frac{x}{100}$$

$$43100 \cdot x = 5.172 \cdot 100$$

$$43100 \cdot x = 517.200$$

$$x = 517.200 : 43.100$$

$$x = 12$$

Απάντηση: Το ποσοστό % των βιβλίων είναι 12%.

Πρόβλημα 2

Η Ελένη ρωτάει τους συμμαθητές της αν έχουν D.V.D. ή βίντεο και σημείωσε ότι το 70% των μαθητών έχουν D.V.D. και το 30% των μαθητών έχει βίντεο.

Μπορεί να βγάλει το συμπέρασμα ότι κάθε συμμαθητής της έχει D.V.D. ή βίντεο;



Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό %



Πύση

Δεν μπορούμε να βγάλουμε αυτό το συμπέρασμα διότι μπορεί να έχουμε $70\% + 30\% = 100\%$ αλλά, ίσως να έχουμε υπολογίσει μαθητές που έχουν και D.V.D. και βίντεο.



Απάντηση
προβλήματος 4
τετρ. εργασιών γ, σελ. 22

Το 75% των μαθητών έχει καστανά μαλλιά. Δηλαδή στους 100, οι 75 έχουν καστανά μαλλιά.
Το 25% των μαθητών έχει πράσινα μάτια, δηλαδή στους 100 μαθητές, οι 25 έχουν πράσινα μάτια.

Μπορεί κάποιος από τους μαθητές να έχει και καστανά μαλλιά και πράσινα μάτια. Δεν μπορώ λοιπόν να καταλήξω σε κάποιο συμπέρασμα.

Απάντηση: Δεν μπορούμε να πούμε κάτι τέτοιο.





Κριτήριο αξιολόγησης

Άσκηση 1

Ποιο από τα παρακάτω κλάσματα εκφράζει μεγαλύτερο ποσοστό στα εκατό (%)

$$\frac{2}{5}, \quad \frac{5}{25}, \quad \frac{9}{36}$$

Άσκηση 2

Εξετάσετε τα παρακάτω ζευγάρια ποσών, και υπογραμμίστε τα αντιστρόφως ανάλογα:

Σελίδες βιβλίου και κόστος.

Ταχύτητα αεροπλάνου και ώρες που ταξιδεύει για μια διαδρομή.

Ύψος και όνομα ενός ατόμου.

Ωρες απασχόλησης και αμοιβή ενός υπαλλήλου.

Πρόβλημα 1

Ένα έργο είχε υπολογιστεί ότι για να τελειώσει σε 60 ημέρες χρειάζονταν να δουλεύουν 10 εργάτες την ημέρα. Υπήρξε ανάγκη συντόμευσης του έργου σε 36 ημέρες. Πόσοι εργάτες θα χρειαστούν την ημέρα.

Πρόβλημα 2

Μια οικογένεια έχει αποφασίσει να κάνει διακοπές για 12 ημέρες και να ξοδέψει 1.440€ για όλες τις ημέρες ξοδεύοντας κάθε μέρα το ίδιο ποσό.

Για παράταση των διακοπών σε 16 ημέρες πόσο πρέπει να ξοδεύει ημεροπίσιως αν διαθέτει μόνο 1.800€.

Πρόβλημα 3

Τα 3 μέτρα ενός υφάσματος κοστίζουν 45€. Να βρείτε πόσο κοστίζουν τα 15 μέτρα.

Πρόβλημα 4

Αν γωρίζουμε ότι τα 400 μέτρα πραγματικής απόστασης στο χάρτη παριστάνονται σαν απόσταση 2εκ. να βρείτε την πραγματική απόσταση, αν η κλίμακα του χάρτη είναι 1:50.000

Κριτήριο αξιολόγησης



Πρόβλημα 5

Για ένα δάνειο κάποιος πληρώνει 224€ τον μήνα για 120 μήνες. Σε πόσους μήνες θα αποπληρώσει το ίδιο δάνειο αν πληρώνει 250€ τον μήνα. Ποιο είναι το ποσό του δανείου;

Πρόβλημα 6

Ένας αγρότης έκανε 900 κιλά κρασί από 1.500 κιλά σταφύλια. Την επόμενη χρονιά έκανε 1200 κιλά κρασί. Πόσα κιλά σταφύλια είχε τη δεύτερη χρονιά;

Πρόβλημα 7

Η τιμή ενός προϊόντος είναι 4.000€ τον Αύγουστο.

Θα κοστίζει πλιγότερο ή περισσότερο τον Νοέμβριο από την τιμή που είχε τον Αύγουστο το προϊόν αν:

- Το Σεπτέμβριο η αρχική του τιμή αυξήθηκε κατά 20%.
- Η νέα τιμή του τον Νοέμβριο μειώθηκε κατά 25%.

