Βιβλιοτετράδιο Μαθηματικών

Με τις απαντήσεις στις Ασκήσεις των Σχολικών Βιβλίων!

ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΩΝ ΝΕΩΝ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΤ' ΤΑΞΗ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΤΕΥΧΟΣ

4

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΗ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Περιεχόμενα:

22. Σύγκριση - διάταξη κλασμάτων

Σύγκριση κλασμάτων

Ανάμεσα σε δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή.

Για να συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα. Ειδικά για τα ετερώνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο με το μικρότερο παρονομαστή.

Τα ετερώνυμα κλάσματα μπορούν να μετατραπούν σε ισοδύναμα τους ομώνυμα, αν πολλαπλασιαστούν οι όροι τους με τον κατάλληλο αριθμό.

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 11

Επειδή οι αριθμητές είναι ίσοι, μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με το μικρότερο παρονομαστή, άρα διατάσσονται ως εξής:

$$\frac{3}{30} < \frac{3}{25} < \frac{3}{16} < \frac{3}{10} < \frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4} < \frac{3}{3} < \frac{3}{2}$$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 11

Δημιουργούμε κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή για να μπορέσουμε να τα συγκρίνουμε.(αυτά που έχουν ίδιο παρονομαστή μπορούμε να τα συγκρίνουμε άμεσα.)

$\frac{3}{100} < \frac{3}{50}$ $\quad$ $\frac{14}{36} < \frac{30}{36}$ $\quad$ $\frac{3}{7}$ $\frac{24}{56} \rightarrow \frac{24}{56} = \frac{24}{56}$ $\quad$ $\frac{2}{50}$ $\frac{26}{27} \rightarrow \frac{26}{650} < \frac{26}{27}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$ $\frac{48}{50} \rightarrow \frac{48}{96} < \frac{48}{50}$

Απάντηση άσκησης 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 13

Κοντά στο 0	Κοντά στο $\frac{1}{2}$	Κοντά στο 1
$\frac{2}{47}, \frac{1}{19}, \frac{3}{250}$	$\frac{14}{30}, \frac{12}{25}, \frac{4}{9}$	$\frac{49}{50}, \frac{9}{10}, \frac{13}{15}, \frac{89}{100}$

Ένα κλάσμα εκφράζει έναν αριθμό που είναι **κοντά στο 0**, αν ο αριθμητής του είναι πολύ μικρότερος από τον παρονομαστή του.

Ένα κλάσμα εκφράζει έναν αριθμό που είναι **κοντά στο 1/2**, αν ο αριθμητής του είναι περίπου ίσος με το μισό του παρονομαστή του.

Ένα κλάσμα εκφράζει έναν αριθμό που είναι **κοντά στο 1**, αν ο αριθμητής του είναι περίπου ίσος με τον παρονομαστή του.

Απάντηση άσκησης 4 τετρ. εργασιών β, σελ. 14

Τα ετερώνυμα κλάσματα τα μετατρέπω σε ισοδύναμα ομώνυμα, πολλαπλασιάζοντας τους όρους τους με κατάλληλο αριθμό για να μπορέσω να τα συγκρίνω.

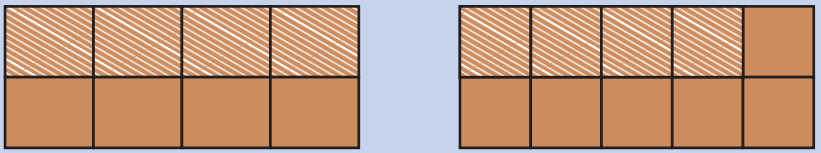
α) $\frac{3}{12} \rightarrow \frac{15}{60}$ $\quad \frac{6}{15} \rightarrow \frac{24}{60}$ $\quad \frac{1}{10} \rightarrow \frac{6}{60}$ $\quad$ ΕΚΠ (12, 15, 10) = 60, $\quad \frac{6}{60} < \frac{15}{60} < \frac{24}{60}$

β) $\frac{5}{4} \rightarrow \frac{25}{20}$ $\quad \frac{9}{20}$ $\quad \frac{2}{5} \rightarrow \frac{8}{20}$ $\quad$ ΕΚΠ (4, 20, 5) = 20, $\quad \frac{8}{20} < \frac{9}{20} < \frac{25}{20}$

γ) $\frac{1}{8} \rightarrow \frac{7}{56}$ $\quad \frac{20}{56}$ $\quad \frac{12}{28} \rightarrow \frac{24}{56}$ $\quad$ ΕΚΠ (8, 56, 28) = 56, $\quad \frac{7}{56} < \frac{20}{56} < \frac{24}{56}$

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 13

Από τα ετερώνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο με το μικρότερο παρονομαστή.



Απάντηση: *Προτιμώ τα $\frac{4}{8}$ της σοκολάτας γιατί αντιπροσωπεύουν μεγαλύτερο κομμάτι, εκτός και αν προσέχω τη διατροφή μου, οπότε θα προτιμήσω τα $\frac{4}{10}$*

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 13

Θα συγκρίνω τα δύο κλάσματα. Ανάμεσα σε δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή.

$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$. Το δεύτερο παιδί.

Αν υποθέσουμε ότι χωρίζουμε τα χρήματα σε 5 ίσα μέρη, ξόδεψε τα 3 μέρη ενώ ο 1ος ξόδεψε τα 2 μέρη.

Απάντηση: *Το δεύτερο παιδί ξόδεψε περισσότερα χρήματα.*

Απάντηση προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 13

Θα βρω το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών των τριών κλασμάτων . Κατόπιν θα διαιρέσω το Ε.Κ.Π. με κάθε παρονομαστή, για να βρω με ποιον αριθμό θα πρέπει να πολλαπλασιάσω τους όρους του κάθε κλάσματος.

Πολλαπλασιάζω τους όρους του κάθε κλάσματος με τον κατάλληλο αριθμό και έτσι μετατρέπω τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα,οπότε μπορώ να τα συγκρίνω.

ΕΚΠ (12,18,24)=72, $Π_{12}$=12, 24, 36, 48, 60, **72** , $Π_{18}$=18, 36, 54, **72** , $Π_{24}$=24, 48, **72**

Μετατρέπω τα κλάσματα σε ομώνυμα: $\frac{10\cdot 6}{12\cdot 6}=\frac{60}{72}$, $\frac{14\cdot 4}{18\cdot 4}=\frac{56}{72}$, $\frac{19\cdot 3}{24\cdot 3}=\frac{57}{72}$

Άρα διατάσσονται ως εξής: $\frac{60}{72} > \frac{57}{72} > \frac{56}{72}$

Απάντηση: *Το σχολείο Α είχε τη μεγαλύτερη επιτυχία.*

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Σε κάποιο γυμνάσιο της Αθήνας στις εξετάσεις του Ιουνίου,οι μαθητές που έγραψαν βαθμό πάνω από 12 ήταν: για την 1η τάξη τα $\frac{4}{5}$ του συνόλου των μαθητών,για την 2η τάξη τα $\frac{7}{10}$ του συνόλου των μαθητών και για την 3η τάξη τα $\frac{17}{20}$ του συνόλου των μαθητών. Σε ποιά τάξη ήταν οι περισσότεροι μαθητές που έγραψαν πάνω από 12;

λύση

Μετατρέπω τα κλάσματα σε ομώνυμα:

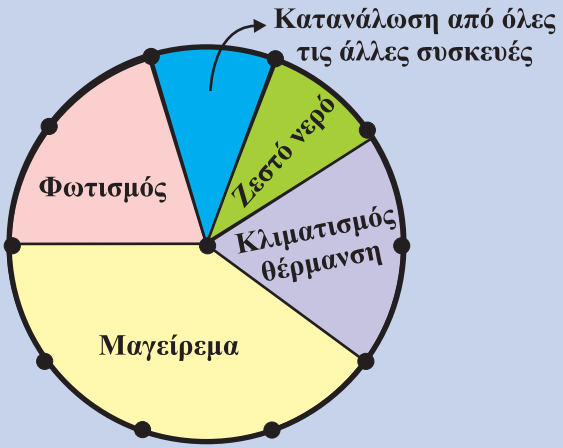
$\frac{4\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{16}{20}$, $\frac{7\cdot 2}{10\cdot 2}=\frac{14}{20}$, $\frac{17\cdot 1}{20\cdot 1}=\frac{17}{20}$

Οι περισσότεροι ήταν οι μαθητές της 3ης τάξης.

Απάντηση προβλήματος 4 τετρ. εργασιών β, σελ. 14

Θα μετατρέψω τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα θα θεωρήσω τον παρονομαστή ως “όλο” και θα μοιράσω την “πίτα” μου σε τόσα μέρη όσα μου λέει ο παρονομαστής. Ο κάθε αριθμητής θα μου δείχνει το μέρος του όλου.

$$\frac{1}{5}=\frac{2}{10},\quad \frac{2}{5}=\frac{4}{10},\quad \frac{6}{30}=\frac{2}{10},\quad \frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$



Απάντηση δραστηριότητας τετρ. εργασιών β, σελ. 14

Ο συγγραφέας εννοούσε ότι, όσο περισσότερη αξία νιώθει κάποιος ότι έχει, τόσο μικρότερη αξία έχει στην πραγματικότητα.

23. Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Προσθέτουμε ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

Αφαιρούμε ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Όταν πρέπει να λύσω ένα πρόβλημα που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς:

Ελέγχω αν οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.

Αν δεν είναι στην ίδια μορφή, τους μετατρέπω σε αριθμούς μιας μορφής.

Αποφασίζω ποιες πράξεις πρέπει να κάνω.

Εκτελώ τις πράξεις και ελέγχω το αποτέλεσμα

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 15

$$3\frac{5}{8}+1\frac{7}{12}=\frac{\overset{3}{29}}{8}+\frac{\overset{2}{19}}{12}=\frac{87}{24}+\frac{38}{24}=\frac{125}{24}=5\frac{5}{24}\text{μ. ή } 5{,}21\text{μ. περίπου}$$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 15

$$\left(\frac{\overset{6}{3}}{4}+\frac{\overset{3}{7}}{8}+\frac{\overset{2}{11}}{12}+\frac{\overset{1}{7}}{24}\right)-2\frac{2}{6}=\left(\frac{18}{24}+\frac{21}{24}+\frac{22}{24}+\frac{7}{24}\right)-2\frac{2}{6}=$$

$$\frac{\overset{1}{68}}{24}-\frac{\overset{4}{14}}{6}=\frac{68}{24}-\frac{56}{24}=\frac{68-56}{24}=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$$

Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Άσκηση 1

Η Μαρία κουβαλάει τρείς τσάντες που ζυγίζουν $2\frac{3}{4}$ κ. , $\frac{1}{3}$ κ. και $\frac{1}{6}$ κ. αντίστοιχα. Πόσο βάρος μεταφέρει συνολικά η Μαρία;

Λύση

Όταν πρέπει να λύσω ένα πρόβλημα με κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς:

- **Ελέγχω** αν οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.
- Αν δεν είναι στην ίδια μορφή, τους **μετατρέπω** σε αριθμούς μιας μορφής.
- **Αποφασίζω** ποιες πράξεις πρέπει να κάνω.
- **Εκτελώ** τις πράξεις και ελέγχω το αποτέλεσμα.

$$2\frac{3}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{11}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{11\cdot 3}{4\cdot 3}+\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{1\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{33}{12}+\frac{4}{12}+\frac{2}{12}=\frac{39}{12}$$

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 15

Μετατρέπω πρώτα τον μεικτό σε κλάσμα. Έπειτα θα κάνω την πρόσθεση των κλασμάτων για να υπολογίσω το συνολικό βάρος.

$$2\frac{4}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{14}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{168}{60}+\frac{15}{60}+\frac{10}{60}=\frac{193}{60}=3\frac{13}{60}$$ κιλά

(12) (15) (10)

Απάντηση: *Το συνολικό βάρος θα είναι $3\frac{13}{60}$ κιλά*

Άσκηση 1

Σε έναν κινηματογράφο κατά τη διάρκεια προβολής μιάς ταινίας τα $\frac{2}{3}$ των θεατών ήταν παιδιά, τα $\frac{5}{6}$ άνδρες και τα $\frac{12}{15}$ γυναίκες. Οι γυναίκες , οι άνδρες ή τα παιδιά ήταν περισσότεροι;

λύση

Οι αριθμοί του προβλήματος δεν είναι στην ίδια μορφή. Θα τους μετατρέψω σε κλάσματα ομώνυμα, με παρονομαστή το 15. Έπειτα θα συγκρίνω τα κλάσματα.

$$\frac{2}{3}=\frac{20}{30}\text{παιδιά}\,,\ \frac{5}{6}=\frac{25}{30}\text{άντρες}\,,\ \frac{12}{15}=\frac{24}{30},\text{γυναίκες}$$

Με σύγκριση έχω: $\frac{20}{30}<\frac{24}{30}<\frac{25}{30}$

Άρα περισσότεροι είναι οι άνδρες.

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 15

Οι αριθμοί του προβλήματος δεν είναι στην ίδια μορφή. Θα τους μετατρέψω σε κλάσματα ομώνυμα, με παρονομαστή το 15. Έπειτα θα συγκρίνω τα κλάσματα.

$$\frac{2}{5}=\frac{6}{15}\text{παιδιά}\,,\quad \frac{1}{3}=\frac{5}{15}\text{άντρες}$$

Με σύγκριση έχω: $\frac{4}{15}<\frac{5}{15}<\frac{6}{15}$

Απάντηση: *Περισσότερα είναι τα παιδιά.*

Απάντηση προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 16

- Το μικρότερο δυνατό κλάσμα ..... $\frac{1}{42}$ .....
- Το μεγαλύτερο δυνατό κλάσμα ..... $\frac{42}{1}$ .....
- Ένα κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{1}{3}$ ..... $\frac{4}{12}$ .....
- Ένα κλάσμα ισοδύναμο με 3 ..... $\frac{12}{4}$ .....

Απάντηση δραστηριότητας τετρ. εργασιών β, σελ. 16

Είδος ψαριού	Κλάσμα στο χαρτί	Αριθμός ψαριών	Τι σκέφτηκα για να το βρω
Χρυσόψαρο	$\frac{1}{5}$	4	Κάνω τα κλάσματα ομώνυμα.ΕΚΠ(5,4,10)=20, οπότε το $\frac{1}{5}$ γίνεται $\frac{4}{20}$.
Ψάρι με μαύρες ρίγες	$\frac{1}{4}$	5	Το $\frac{1}{4}$ γίνεται $\frac{5}{20}$
Κόκκινο ψάρι	$\frac{3}{10}$	6	Το $\frac{3}{10}$ γίνεται $\frac{6}{20}$
Μαύρο ψάρι		5	$\frac{20}{20} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} = \frac{20}{20} - \frac{4}{20} - \frac{5}{20} - \frac{6}{20} = \frac{5}{20}$

Πρόβλημα 1

Η Αλίκη έφαγε το $\frac{1}{3}$ απο ένα γλυκό. Ο αδελφός της ο Κωνσταντίνος έφαγε τα $\frac{3}{5}$. Πόσο γλυκό απέμεινε και ποιός έφαγε το περισσότερο;

Οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.(όλοι κλάσματα) Αρκεί λοιπόν να τους προσθέσουμε για να δούμε αν το κλάσμα που θα προκύψει θα έχει αριθμητή και παρονομαστή ίσους. Αν ναι, τότε θα είναι ίσο με τη μονάδα, δηλαδή θα έχουν φάει όλο το γλυκό. Αν όχι, θα αφαιρέσουμε αυτό που θα βρούμε από το κλάσμα "μονάδα" για να βρούμε πόσο γλυκό έμεινε.

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{5}=\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5}+\frac{3\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{5}{15}+\frac{9}{15}=\frac{14}{15}$$

$$1-\frac{14}{15}=\frac{15}{15}-\frac{14}{15}=\frac{1}{15}$$

<u>Απάντηση:</u> Ο Κωνσταντίνος έφαγε περισσότερο. Έμεινε το $\frac{1}{15}$ του γλυκού.

24. Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων

Για να πολλαπλασιάσουμε κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 17

Υπολογίζω μια αριθμητική παράσταση που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς:

• **Εκτελώ** τις πράξεις από αριστερά προς τα δεξιά, με τη γνωστή σειρά (πρώτα δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις και μετά προσθέσεις, αφαιρέσεις).

Αν υπάρχουν παρενθέσεις, κάνω τις πράξεις πρώτα μέσα σ' αυτές με την ίδια σειρά.

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{3}-\frac{3}{8}\cdot 2=\frac{5\cdot 2}{4\cdot 3}-\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{1}=\frac{\overset{2}{\cup}}{10}{}_{12}-\frac{\overset{3}{\cup}}{6}{}_{8}=\frac{20}{24}-\frac{18}{24}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$$

Υπολογίζω μια αριθμητική παράσταση που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 11

- **Εκτελώ** τις πράξεις από αριστερά προς τα δεξιά, με τη γνωστή σειρά (πρώτα δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις και μετά προσθέσεις, αφαιρέσεις).
  Αν υπάρχουν παρενθέσεις, κάνω τις πράξεις πρώτα μέσα σ' αυτές με την ίδια σειρά.
- **Μετατρέπω** τους αριθμούς, σε όποια μορφή χρειάζεται για να κάνω πράξεις.

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 17

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{3}-\frac{3}{8}\cdot 2=\frac{5\cdot 2}{4\cdot 3}-\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{1}=\frac{\overset{2}{10}}{12}-\frac{\overset{3}{6}}{8}=\frac{20}{24}-\frac{18}{24}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$$

Υπολογίζω μια αριθμητική παράσταση που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς

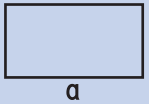
- **Εκτελώ** τις πράξεις από αριστερά προς τα δεξιά, με τη γνωστή σειρά (πρώτα δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις και μετά προσθέσεις, αφαιρέσεις).
  Αν υπάρχουν παρενθέσεις, κάνω τις πράξεις πρώτα μέσα σ' αυτές με την ίδια σειρά.
- **Μετατρέπω** τους αριθμούς, σε όποια μορφή χρειάζεται για να κάνω πράξεις.

$$\left(5\cdot\frac{1}{2}+0{,}4+\frac{4}{5}\right):\left(2-1\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{\overset{5}{5}}{2}+\frac{4}{10}+\frac{\overset{2}{4}}{5}\right):\left(2-\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{25}{10}+\frac{4}{10}+\frac{8}{10}\right):\left(\frac{\overset{3}{2}}{1}-\frac{\overset{1}{4}}{3}\right)=$$

$$=\frac{37}{10}:\left(\frac{6}{3}-\frac{4}{3}\right)=\frac{37}{10}:\frac{2}{3}=\frac{37}{10}\cdot\frac{3}{2}=\frac{111}{20}=5\cdot\frac{11}{20}$$

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 17

Σκέφτομαι ότι στο ορθογώνιο



το εμβαδόν είναι: Ε=α β.

Το εμβαδόν του ορθογωνίου θα είναι:

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{8}=\frac{5}{24}$$ τετραγ. μέτρα

Απάντηση: *Το εμβαδόν είναι $\frac{5}{24}$ τετραγωνικά μέτρα.*

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 17

Για να **διαιρέσουμε** δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$16\frac{2}{8}:3\frac{1}{4}=\frac{128}{8}:\frac{13}{4}=$$

$$=\frac{128}{8}\cdot\frac{4}{13}=\frac{512}{104}=5$$

Απάντηση προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 17

Στα παιδιά του έδωσε τα $\frac{2}{3}$ του ποσού που κέρδισε στο λαχείο, άρα κάθε παιδί πήρε: $\frac{2}{3}:3=\frac{2}{9}$ του ποσού. Τα $\frac{2}{3}$ του ποσού είναι 1.800€. Υπολογίζω πόσο είναι το $\frac{1}{3}$ των 1.800€ και έπειτα θα υπολογίσω πόσο είναι όλο το ποσό.

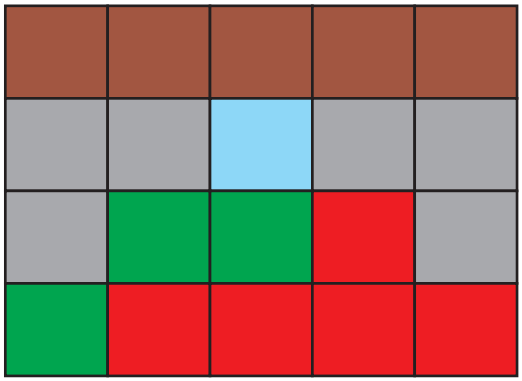
Το $\frac{1}{3}$ του ποσού είναι: $1.800:2=900$€

όλο το ποσό: $900\cdot3=2.700$€

Απάντηση δραστηριότητας τετρ. εργασιών β, σελ. 18

α. Όλοι οι χώροι είναι 20. Άρα το Ε.Κ.Π.(4,10,20,4,20)=20

Άρα: τα $\frac{1}{4}=\frac{5}{20}$ και τα $\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$



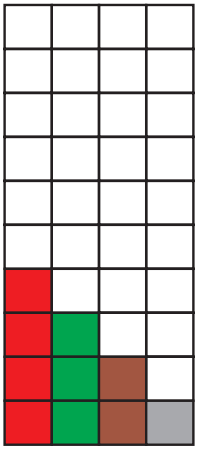
Υπόμνημα

Καμηλοπαρδάλεις ■ ελέφαντες ■ παπαγάλοι ■ μαϊμούδες ■ λιμνούλα ■

β. Όλα τα ζώα είναι 50, άρα:

Οι μαϊμούδες αποτελούν τα $\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$, τα πτηνά τα $\frac{15}{20}=\frac{3}{10}$,

οι καμηλοπάρδαλεις τα $\frac{10}{50}=\frac{1}{5}$ και οι ελέφαντες τα $\frac{5}{50}=\frac{1}{10}$.



γ. Επειδή κάθε στήλη έχει 10 κουτάκια θα φτιάξω όλα τα κλάσματα με παρονομαστή το 10 ώστε ο αριθμητής τους να μου δείξει πόσα κουτάκια πρέπει να ζωγραφίσω.

Άρα: $K=\frac{1}{5}=\frac{2}{10}$, $M=\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$

25. Η έννοια της μεταβλητής

Άγνωστος / Μεταβλητή

Το γράμμα ή το σύμβολο που χρησιμοποιείται σε μια αριθμητική παράσταση στη θέση μιας άγνωστης ή μεταβαλλόμενης τιμής λέγεται **μεταβλητή.**

Οποιοδήποτε γράμμα (ή σύμβολο) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μεταβλητή και μια μεταβλητή μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη θέση οποιουδήποτε αριθμού. Για να εκφράσουμε μια φράση με αριθμητική παράσταση ακολουθούμε τρία βήματα:

1. Προσδιορίζουμε την άγνωστη ποσότητα.
2. Επιλέγουμε μια μεταβλητή για την άγνωστη ποσότητα.
3. Προσδιορίζουμε τις πράξεις ανάμεσα στους αριθμούς και τη μεταβλητή.

Άσκηση 1

Γράψε τις παρακάτω προτάσεις χρησιμοποιώντας μιά μεταβλητή:

- **Η διαφορά ενός διψήφιου αριθμού από το 100.**
- **Ένας αριθμός ελλατωμένος κατά 16.**

λύση

Συμβολίζω τον άγνωστο αριθμό με τη μεταβλητή x. Τότε

- 100 – x
- x – 16

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 19

Συμβολίζω τον άγνωστο αριθμό με x.

- x+12
- x–4
- x+24

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 19

Αντικαθιστώ τη μεταβλητή α με κάθε έναν από τους αριθμούς και ελέγχω ποιος από αυτούς επαληθεύει την αριθμητική παράσταση.

- 22 – 15 = 7, διαφορετικός του 6.
- 26 – 15 = 11, διαφορετικός του 6.
- 21 – 15 = 6
- 15 – 15 = 0, διαφορετικός του 6.
- 19 – 15 = 4, διαφορετικός του 6.
- 30 – 15 = 15, διαφορετικός του 6.

Οπότε ο αριθμός 21 επαληθεύει την αριθμητική παράσταση.

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 19

Κάθε δευτερόλεπτο ο ήχος διανύει 340 μέτρα. Συμβολίζω με τη μεταβλητή x τα δευτερόλεπτα. Τότε η απόσταση που διανύει ο ήχος σε x δευτερόλεπτα είναι 340 · x μέτρα

α. Συμπληρώνω τον πίνακα με το αποτέλεσμα της πράξης 340 · x, αντικαθιστώντας τη μεταβλητή x με τον αριθμό των δευτερολέπτων που βλέπω στην 1η γραμμή.

Δευτερόλεπτα	**1**	**2**	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Μέτρα	**340**	680	1.020	1.360	1.700	2.040	2.380	2.720	3.060	3.400	3.740	4.080

β. Η αριθμητική παράσταση είναι 340 · x, οπότε:

- για x = 5, είναι 340 · 5 = 1.700
- για x = 12, είναι 340 · 12 = 4.080

26. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

Εξίσωση

Μια ισότητα που περιέχει μια μεταβλητή, λέγεται εξίσωση με έναν άγνωστο. Η τιμή που επαληθεύει την εξίσωση ονομάζεται **λύση της εξίσωσης**.

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση προσθετέου, για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.

Η εξίσωση μοιάζει με μια ζυγαριά που ισορροπεί. Αν πρέπει να αφαιρέσω έναν αριθμό από τη μία πλευρά, για να συνεχίσει να ισορροπεί, πρέπει να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό κι από την άλλη.

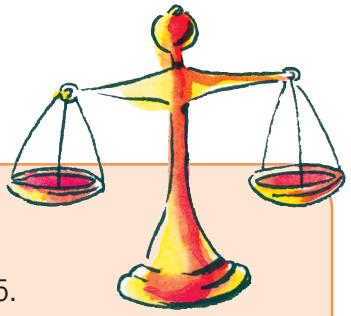
Άσκηση 1 (*Η εξίσωση σαν ζυγαριά*)

Σε μια ζυγαριά με δύο δίσκους τοποθετούμε στον έναν βάρος 145 γραμμαρίων και στον άλλο 55 γραμμάρια. Πόσο βάρος πρέπει να τοποθετήσουμε ακόμη, ώστε να ισορροπήσει η ζυγαριά; Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής, γράψε την εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση αυτή και υπολόγισε τον άγνωστο.

1. Ονομάζω την άγνωστη τιμή x.
Η εξίσωση στη ζυγαριά είναι

$$55 + x = 145$$

2. Σκέφτομαι πως για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει τα βάρη στους δυο δίσκους να είναι ίσα. Υπολογίζω με το νου πόσο είναι το x, προσθέτοντας όσο βάρος χρειάζεται στο 55 ώστε να γίνει 145.



Έτσι

55 + 90 = 145.

Άρα x = 90

Απάντηση: Πρέπει να βάλουμε ακόμη 90 γραμμάρια στο δίσκο.

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 21

Υπολογίζω με το νου πόσο είναι το x, προσθέτοντας έναν αριθμό στο 2 ώστε να γίνει 9. Αυτός είναι το 7.

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 21

Υπολογίζω με το νου πόσο είναι το x, προσθέτοντας έναν αριθμό στο άθροισμα (3 + 2 + 7) = 12 ώστε να γίνει 19. Αυτός είναι το 7.

Πρόβλημα 1 (***Λύση εξίσωσης με τις αντίστροφες πράξεις***)

Ο Νίκος είχε 26 παιχνίδια. Την επόμενη μέρα των γενεθλίων του μέτρησε τα παιχνίδια του και βρήκε πως είχε 41. Πόσα παιχνίδια πήρε την ημέρα αυτή; Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα και να το λύσεις.

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση προσθετέου, για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.

1. Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των παιχνιδιών που δέχθηκε ο Νίκος. Την ονομάζω π.
2. Η εξίσωση είναι 26 + π = 41. Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.

π = 41 - 26

Άρα π = 15.

Απάντηση: Ο Νίκος πήρε 15 παιχνίδια.

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 21

Ένα πρόβλημα μπορεί να εκφραστεί συμβολικά με μια ισότητα βάζοντας στη θέση του άγνωστου ποσού μια μεταβλητή.

1. Στο πρόβλημα αυτό άγνωστη τιμή είναι το ποσό των χρημάτων που πρέπει να συγκεντρώσει η Άννα. Την ονομάζω x.

2. Η εξίσωση είναι 37,5 + x = 68. Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο:

3. Δηλαδή x = 68 - 37,5 = 30,5 . Άρα x = 30,5.

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 21

1. Στο πρόβλημα αυτό άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός που αν το προσθέσω στον 12 θα βρώ 36.

2. Σχηματίζω την εξίσωση.

3. Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.

Ονομάζω x τον άγνωστο αριθμό.
Η εξίσωση είναι:

12 + x = 36.

x = 36 - 12 = 24

Άρα x = 24.

Απάντηση προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 21

10	3	8
5	7	9
6	11	4

2	**x**	6
9	5	**ψ**
ω	3	8

Σχηματίζουμε όλες τις εξισώσεις και τις χωρίζουμε σύμφωνα με τον άγνωστο που περιέχουν.
Ξέρουμε ότι όλες θα έχουν δεύτερο μέλος ίσο με 15, γιατί αυτό προκύπτει από τον διαγώνιο άξονα που δεν υπάρχει άγνωστος : 2 + 5 + 8 = 15.

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

Συνέχεια προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 21

2 + x + 6 , x + 5 + 3 (άγνωστος ο x)

6 + 5 + ω, ω + 3 + 8, 2 + 9 + ω, (άγνωστος ο ω)

9 + 5 + ψ, 6 + ψ + 8 (άγνωστος ο ψ)

2 + x + 6 = 15	6 + 5 + ω = 15	9 + 5 + ψ = 15
8 + x = 15	11 + ω = 15	14 + ψ = 15
x= 15 - 8, άρα x = 7	ω = 15 - 11 , άρα ω = 4	ψ = 15 - 14 , άρα ψ = 1

27. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι μειωτέος:

Όταν ο άγνωστος είναι ο μειωτέος, για να λύσω την εξίσωση προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο.

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι αφαιρετέος:

Όταν ο άγνωστος είναι ο αφαιρετέος, για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από τον μειωτέο τη διαφορά.

Η ισορροπία της εξίσωσης διατηρείται αν προσθέσω και στα δυο μέρη τον ίδιο αριθμό.

Άσκηση 1

Η Νίκη πήρε από τη μητέρα της μερικά κέρματα και αγόρασε μια τυρόπιτα που έκανε 1,50€ και ένα μπουκάλι γάλα που έκανε 2,70€. Όταν γύρισε είδε ότι είχε στην τσέπη της 3,40€. Προσπάθησε να σχηματίσεις την εξίσωση και να υπολογίσεις πόσα χρήματα είχε πάρει από την μητέρα της.

Λύση

Ονομάζω x την άγνωστη τιμή (τα χρήματα που πήρε η Νίκη).

Σχηματίζω την εξίσωση:

$$x - (1{,}50 + 2{,}70) = 3{,}40$$

Κάνω πρώτα την πράξη στην παρένθεση: $x - 4{,}20 = 3{,}40$. Για να λύσω την εξίσωση, προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο:

$$x = 3{,}40 + 4{,}20. \text{ Άρα } x = 7{,}60$$

Επαληθεύω την εξίσωση: $7{,}60 - (1{,}50 + 2{,}70) = 3{,}40$.

Απάντηση: Είχε πάρει 7,60€ από το πορτοφόλι της μητέρας της.

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 23

α)

3	+	2	=	5
3	=	5	–	2
2	=	5	–	3
5	=	2	+	3

β)

43	–	12	=	31
43	=	31	+	12
12	=	43	–	31
31	=	43	–	12

γ)

63	+	33	=	96
33	=	96	–	63
96	=	33	+	63
63	=	96	–	33

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 23

α)

6	=	9	–	3
9	=	6	+	3
3	=	9	–	6

β)

6	=	x	–	3
X	=	6	+	3
3	=	X	–	6

γ)

ψ	=	9	–	3
9	=	ψ	+	3
3	=	9	–	ψ

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 23

- Ονομάζω x την άγνωστη τιμή (ο αριθμός των cd's που είχε αρχικά ο Παύλος).
- Σχηματίζω την εξίσωση: x – (3 + 4 + 2) = 28
- Κάνω πρώτα την πράξη μέσα στην παρένθεση.
- Λύνω την εξίσωση προσθέτοντας στη διαφορά τον αφαιρετέο.

x – (3 + 4 + 2) = 28
x – 9 = 28
x = 28 + 9
x = 37

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 23

- Ονομάζω x τον αριθμό που δείχνει τις καραμέλες που υπήρχαν αρχικά στη σακούλα.
- Σχηματίζω την εξίσωση: x – (12 + 24) = 40
- Λύνω την εξίσωση προσθέτοντας στη διαφορά τον αφαιρετέο.

x – (12 + 24) = 40
x – 36 = 40
x = 76

Πρόβλημα 1

Ο Κωνσταντίνος είχε 11,30€ στην τσέπη του. Μετά από 3 ημέρες διαπίστωσε ότι είχε 65 λεπτά. Πόσα χρήματα ξόδεψε το τριήμερο; Να εκφράσεις με μια εξίσωση το πρόβλημα και μετά να το λύσεις.

λύση

Άγνωστη τιμή είναι τα λεπτά που ξόδεψε ο Κωνσταντίνος. Την ονομάζω λ.
Με βάση το πρόβλημα σχηματίζω την εξίσωση:

11,30 - λ = 0,65

Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το μειωτέο τη διαφορά:
λ = 11,30 - 0,65 . Άρα λ = 10,65€.
Επαληθεύω την εξίσωση: 11,30 - 10,65 = 0,65

Απάντηση: Ξόδεψε 10,35€.

Απάντηση προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 24

Για να ισορροπήσει η ζυγαριά, πρέπει τα βάρη στους δύο δίσκους να είναι ίσα. Αφαιρώ από το μειωτέο τη διαφορά.

Αντικαθιστώ τον άγνωστο με τον αριθμό 15 και ελέγχω αν επαληθεύεται η εξίσωση.

32 – 15 = 17

Δραστηριότητα τετρ. εργασιών β, σελ. 24

Λύνοντας την εξίσωση 5697 - Β = 1796, έχουμε Β = 3901.

Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή στην εξίσωση Β - α = 1471, έχουμε:

3901 - α = 1471

α = 3901 - 1471

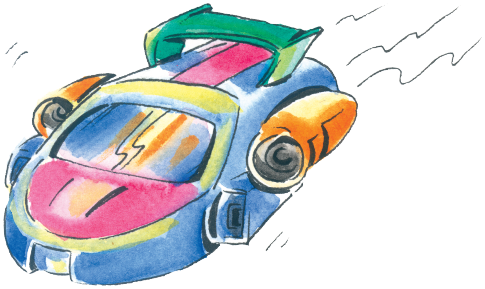
α = 2430

Άρα το **γεωγραφικό πλάτος** είναι 39 μοίρες και 1 πρώτο λεπτό, ενώ το **γεωγραφικό μήκος** είναι 24 μοίρες και 30 πρώτα λεπτά.

Οι συντεταγμένες αυτές παραπέμπουν στο νησί της Σκύρου.

Τέλος, τα σημάδια στο χάρτη σημαίνουν το εξής:

"Από το αστέρι προχωρούμε 50 βήματα προς την κατεύθυνση που δείχνει το βέλος.



28. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

Όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου, για να λύσουμε την εξίσωση διαιρούμε το γινόμενο με τον άλλο παράγοντα.

Η ισορροπία της εξίσωσης διατηρείται αν διαιρέσω και τα δυο μέρη με τον ίδιο αριθμό.

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 25

α. $3 \cdot x = 30$ $\quad x = 30 : 3 = 10$

β. $20 \cdot x = 2$ $\quad x = 2 : 20$ ή $\frac{1}{10}$

γ. $5 \cdot x = 4$ $\quad x = 4 : 5 = 0{,}8$ ή $\frac{8}{10}$

δ. $3 \cdot x = 0{,}75$ $\quad x = 0{,}75 : 3 = 0{,}25$ ή $\frac{25}{100}$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 25

α. $18 \cdot x = 9$

$x = 9 : 18 = 0{,}5$ ή $\frac{1}{2}$

β. $0{,}5 \cdot x = 54$

$x = 54 : 0{,}5 = 108$

γ. $2{,}5 \cdot x = 24$

$x = 24 : 2{,}5 = 9{,}6$

δ. $\frac{3}{4} \cdot x = 6$ ή $0{,}75 \cdot x = 6$

$x = 6 : 0{,}75$ ή $x = 8$

Άσκηση 1

Ο πατέρας του Τάσου παραδίδει ιδαίτερα μαθήματα σε παιδιά και πληρώνεται με 30 ευρώ την ώρα. Πρέπει να συγκεντρώσει χρήματα για να πληρώσει την ασφάλεια του αυτοκινήτου,που είναι 1200 ευρώ. Πόσες ώρες πρέπει να δουλέψει; Λύστε το πρόβλημα με εξίσωση.

λύση

Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των ωρών (ω) που πρέπει να δουλέψει.

Γράφω την εξίσωση: $30 \cdot ω = 1200$

Κάνω την αντίστροφη πράξη: $ω = 1200 : 30 = 40$. Άρα $ω = 40$ ώρες.

Επαλήθευση: αντικαθιστώ τη μεταβλητή με την τιμή στην αρχική εξίσωση και κάνω την πράξη: $30 \cdot 40 = 1200$

Απάντηση: Πρέπει να δουλέψει 40 ώρες.

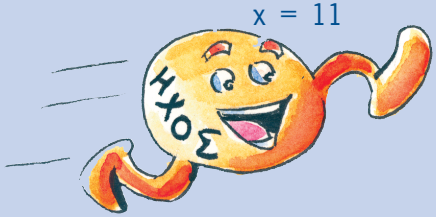
Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 25

Κάθε δευτερόλεπτο ο ήχος διανύει 340 μέτρα. Πρέπει να βρω σε πόσα δευτερόλεπτα ο ήχος θα διανύσει 3.740 μέτρα. Ονομάζω x τα δευτερόλεπτα , τότε:

$340 \cdot x = 3.740$

$x = 3.740 : 340$

$x = 11$



Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 25

Για να ακούσουμε την απάντηση του αστροναύτη τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα πρέπει να μεταφέρουν τη φωνή μας στο φεγγάρι και να μεταφέρουν τη φωνή του αστροναύτη πίσω σε εμάς, δηλαδή να διανύσουν απόσταση:

450.000+450.000=900.000 χμ.

$300.000 \cdot x = 900.000$

$x = 900.000 : 300.000$

$x = 3$

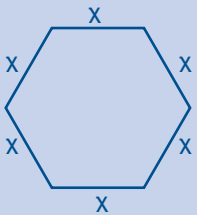
Απάντηση προβλήματος 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 26

Η κορνίζα θα μπει γύρω-γύρω από το έργο. Το έργο έχει το σχήμα κανονικού εξαγώνου.

Το κανονοκό εξάγωνο έχει την ιδιότητα να έχει έξι πλευρές, ίσου μήκους. Αν η κάθε πλευρά είναι x μέτρα, θα χρειαστούν 6 x μέτρα κορνίζας, τα οποία είναι 2,52 μέτρα.

Έτσι, σχηματίζω την εξίσωση:

$$6 \cdot x = 2,52$$



$6 \cdot x = 2,52$

$x = 2,52 : 6$

$x = 0,42$

Δραστηριότητα τετρ. εργασιών β, σελ. 26

Θα υπολογίσω ποιο από τα αυτοκίνητα καταναλώνει λιγότερη βενζίνη σε ένα χιλιόμετρο. Το αυτοκίνητο χρειάζεται λιγότερη βενζίνη για να κινηθεί, άρα λιγότερη θα είναι και η επίπτωση στο περιβάλλον με τη χρήση του.

α) 350 • λ = 16,3 (συνέχισε) λ=16,3:350=0,0466 περίπου

β) 320 • κ = 17,23 ή κ=17,23:320=0,054 περίπου

γ) 300 · μ=16,5 ή μ=16,5:300=0,55 περίπου

δ) 290 · ν=13,6 ή ν=16,3:290=0,056 περίπου

Οικονομικότερο είναι το 1ο αυτοκίνητο, αφού χρειάζεται λιγότερη βενζίνη για να διανύσει 1 χιλιόμετρο σε σχέση με τα άλλα.

Σημειώνουμε: 0,0466<0,054<0,055<0,056

29. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι διαιρετέος

Όταν ο άγνωστος είναι διαιρετέος, για να λύσουμε την εξίσωση πολλαπλασιάζουμε το πηλίκο με τον διαιρέτη.

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι διαιρέτης

Όταν ο άγνωστος είναι διαιρέτης, για να λύσουμε την εξίσωση διαιρούμε τον διαιρετέο με το πηλίκο.

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 27

α. $20 : x = 2$
$x = 20 : 2$
$x = 10$

β. $3 : x = 30$
$x = 3 : 30$
$x = 0,1$

γ. $18 : x = 9$
$x = 18 : 9$
$x = 2$

δ. $5 : x = 0,05$
$x = 5 : 0,05$
$x = 100$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 27

α. $x = 3 \cdot 3$
$x = 9$

β. $x : 5 = 0,4$
$x = 0,4 \cdot 5$
$x = 2$

γ. $x = 2 \cdot 2,5$
$x = 5$

δ. $x : 40 = 4$
$x = 4 \cdot 40$
$x = 160$

Άσκηση 1

Ο Τάκης θέλει να τοποθετήσει 135 φωτογραφίες σε ένα άλμπουμ. Πόσες σελίδες πρέπει να έχει το άλμπουμ , αν πρέπει να τοποθετεί πέντε φωτογραφίες σε κάθε σελίδα;
Λύστε το πρόβλημα με εξίσωση.

λύση

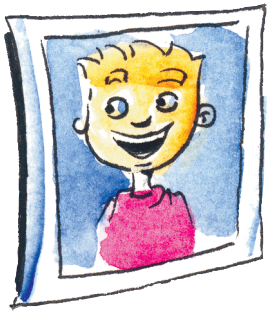
Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των σελίδων (σ) που πρέπει να έχει το άλμπουμ.

Γράφω την εξίσωση: 135 : σ = 5

Όταν ο άγνωστος είναι διαιρέτης, για να λύσουμε την εξίσωση διαιρούμε τον διαιρετέο με το πηλίκο.

σ = 135 : 5 = 27. Άρα σ = 27 σελίδες.

Απάντηση: Πρέπει να έχει 27 σελίδες.



Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 27

Ονομάζω την άγνωστη τιμή **π**.

- Σχηματίζω την εξίσωση π : 12 = 1.200
- Όταν ο άγνωστος είναι διαιρετέος, για να λύσουμε την εξίσωση πολλαπλασιάζουμε το πηλίκο με τον διαιρέτη:

π = 1.200 · 12.

Άρα π = 14.400.

Επαληθεύω: 14.400 : 12 = 1.200

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 27

Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των σελίδων (σ) που θα μοιραστούν τα γραμματόσημα.

Σχηματίζω την εξίσωση 720 : σ =24

Όταν ο άγνωστος είναι διαιρέτης, για να λύσουμε την εξίσωση διαιρούμε τον διαιρετέο με το πηλίκο.

σ = 720 : 24. Άρα σ = 30.

Επαληθεύω: 720 :30 = 24

Δραστηριότητα τετρ. εργασιών β, σελ. 28

α.) Το φως σε μια ώρα διανύει 1.080.000.000 χλμ. Άγνωστη τιμή είναι τα χιλιόμετρα που διανύει σε 6,5 ώρες.

Έτσι σχηματίζω την εξίσωση: $1 \cdot x = 6{,}5 \cdot 1.080.000.000$

$x = 7.020.000.000$

β.)

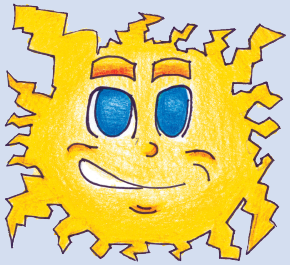
ΩΡΕΣ	0,5	1	2	3	4	5	6	6,5
ΑΠΟΣΤΑΣΗ	540.000	1.080.000	2.160.000	3.240.000	4.320.000	5.400.000	6.480.000	7.020.000

Οι τιμές στον πίνακα είναι σε χιλιάδες.

γ.) Αφού σε 1 ώρα το φως διανύει 1.080.000.000 χιλιόμετρα , σε 6,5 ώρες διανύει

$1.080.000 \cdot 6 = 7.020.000.000$ χιλιόμετρα.

Επειδή ξέρουμε τα χιλιόμετρα που διανύονται σε 1 ώρα, είναι εύκολο με έναν απλό πολλαπλασιασμό να υπολογίσουμε κάθε φορά τα χιλιόμετρα που διανύονται. Άρα ο **3ος τρόπος** είναι ο απλούστερος.



30. Λόγος δύο μεγεθών

Λόγος δυο μεγεθών

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών που εκφράζεται ως κλάσμα ονομάζεται λόγος. Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο.

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 29

Έστω ότι τα θρανία είναι 15 και οι μαθητές 28,από τους 28 μαθητές έστω ότι υπάρχουν 16 αγόρια και 12 κορίτσια, ενώ υποθέτουμε ότι συνολικά οι μαθητές είναι 180. Έτσι σχηματίζουμε τους παρακάτω λόγους:

α. $\frac{\text{θρανία}}{\text{παιδιά}} = \frac{15}{28}$ β. $\frac{\text{αγόρια}}{\text{κορίτσια}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ γ. $\frac{\text{μαθητές Στ'}}{\text{μαθητές σχολείου}} = \frac{28}{180} = \frac{7}{45}$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 29

Στο ελληνικό αλφάβητο $= \frac{\text{φωνήεντα}}{\text{σύμφωνα}} = \frac{7}{17}$

Στο αγγλικό αλφάβητο $= \frac{\text{φωνήεντα}}{\text{σύμφωνα}} = \frac{6}{20}$

Τα γράμματα στο ελληνικό αλφάβητο είναι 24.

Τα φωνήεντα είναι 7 και τα σύμφωνα 24–7=17, ενώ στο αγγλικό αλφάβητο τα φωνήεντα είναι 6 και τα σύμφωνα 20.

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 29

Συνολικά έχουμε 1.000 γραμμάρια. Αφού τα 200 γραμμάρια είναι ζάχαρη, τα υπόλοιπα γραμμάρια είναι γάλα.

(βοηθητική πράξη): .....100-200=800.....

$$\frac{\text{γραμμάρια ζάχαρη}}{\text{γραμμάρια γάλα}} = \frac{200}{800} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 30

(βοηθητική πράξη): 8 5=40

Το κανονικό οκτάγωνο έχει οκτώ ίσες πλευρές. Η περίμετρος του οκτάγωνου είναι το άθροισμα των οκτώ πλευρών.

$$\frac{\text{πλευρά}}{\text{περίμετρος}} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

Δραστηριότητα τετρ. εργασιών β, σελ. 30

Η έκταση της κάθε χώρας είναι 130.000 τετραγωνικά χιλιόμετρα. Γνωρίζοντας πόσος είναι ο πληθυσμός της κάθε χώρας, μπορούμε να υπολογίσουμε την "πυκνότητα πληθυσμού", από το λόγο $\frac{\text{αριθμός κατοίκων χώρας}}{\text{έκταση ίδιας χώρας}}$.

Νικαράγουα : $\frac{5.070.000}{130.000} = 39$

Μπαγκλαντές : $\frac{120.380.000}{130.000} = 926$

Τατζικιστάν : $\frac{6.110.000}{130.000} = 47$

Νεπάλ : $\frac{23.920.000}{130.000} = 184$

Ελλάδα : $\frac{10.530.000}{130.000} = 81$

ΧΩΡΑ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ
Νικαράγουα	5.070.000
Ελλάδα	10.530.000
Νεπάλ	23.920.000
Τατζικιστάν	6.110.000
Μπαγκλαντές	120.380.000

ΧΩΡΑ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ
Μπαγκλαντές	926
Νεπάλ	184
Ελλάδα	81
Τατζικιστάν	47
Νικαράγουα	39

31. Από τους λόγους στις αναλογίες

Αναλογία

Όταν συγκρίνοντας δύο λόγους διαπιστώσουμε ότι είναι ίσοι μεταξύ τους, λέμε ότι αποτελούν μια αναλογία.

Για να σχηματίσω αναλογία από ένα λόγο, αρκεί να φτιάξω έναν άλλο λόγο που να είναι ίσος με τον πρώτο, όπως στα κλάσματα (πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους με κάποιον αριθμό).

Άσκηση 1

Μπορείς να συμπληρώσεις τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν ζευγάρια ίσων λόγων;

$\frac{2}{} = \frac{6}{12}$ $\quad \frac{}{3} = \frac{8}{12}$ $\quad \frac{6}{5} = \frac{12}{}$ $\quad \frac{7}{11} = \frac{}{121}$

Λύση

Στην πρώτη αναλογία βλέπω ότι για να προκύψει το 6 πρέπει να πολλαπλασιάσω το 2 με το 3. Άρα στον παρονομαστή πρέπει να βάλω το 4, αφού 3 · 4 = 12. Με την ίδια λογική συμπληρώνω τα υπόλοιπα ζευγάρια ώστε να γίνουν αναλογίες.

$\frac{2}{4} = \frac{6}{12}$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ $\quad \frac{6}{5} = \frac{12}{10}$ $\quad \frac{7}{11} = \frac{77}{121}$

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 31

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\quad \frac{3}{2}$ $\quad \frac{2}{3}$ $\quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ $\quad \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 31

α. $\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{8}{20}$

β. $\frac{9:3}{36:3}=\frac{3}{12}$

Απάντηση άσκησης 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 31

Το ζευγάρια αριθμητών ή παρονομαστών που δεν έχουν σβηστεί μας βοηθούν να βρούμε τον αριθμό που θα πολλαπλασιάσουμε ή θα διαιρέσουμε ώστε να προκύψει αναλογία.

$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ $\quad$ $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$ $\quad$ $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ $\quad$ $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$

$\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$ $\quad$ $\frac{2}{5}=\frac{20}{50}$ $\quad$ $\frac{4}{9}=\frac{8}{18}$ $\quad$ $\frac{1}{6}=\frac{5}{30}$

Προβλήματα

Πρόβλημα 1

Η αναλογία ζάχαρης – νερού για τη δημιουργία σιροπιού σύμφωνα με μια συνταγή είναι 5 πρός 2. Αν χρησιμοποιήσουμε 350 γραμμ. ζάχαρης πόσο νερό πρέπει να βάλουμε ώστε να τηρήσουμε τη συνταγή;

λύση

Σύμφωνα με το πρόβλημα,έχουμε:

$$\frac{\text{γραμμ. ζάχαρη}}{\text{γραμμ. νερό}}=\frac{5}{2}=\frac{350}{\square}$$

Επειδή 350 : 5 = 70 , για να ισχύει η αναλογία πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το 2 με το 70 . Τότε είναι $\frac{5}{2}=\frac{350}{140}$. Άρα πρέπει να βάλουμε 140 γραμμ. νερό.

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 31

Ο λόγος των χρωμάτων μπλε-κίτρινο σύμφωνα με τον οποίο θα προκύψει το πράσινο χρώμα είναι 3:9. Για το σκηνικό στο μάθημα της Θεατρικής Αγωγής θα χρησιμοποιηθεί 1 κουτί μπλε χρώμα και 3 κουτιά κίτρινου χρώματος. Θα ελέγξω, λοιπόν, αν τα δύο κλάσματα αποτελούν μια αναλογία.

$$\frac{3}{9}=\frac{3:3}{9:3}=\frac{1}{3}$$

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 32

(βοηθητική πράξη): 10 δευτερόλεπτα $=\frac{10}{60}$ λεπτά.

Ο εκτυπωτής Α τυπώνει 6 σελίδες το λεπτό και ο εκτυπωτής Β τυπώνει 1 σελίδα σε 10 δευτερόλεπτα. Θα μετατρέψω τα δευτερόλεπτα σε λεπτά και αφού σχηματίσω τους λόγους για τους δύο εκτυπωτές Α και Β, $\frac{\text{σελίδες που τυπώνονται}}{\text{χρόνος που χρειάζεται για την τύπωση}}$, θα τους συγκρίνω.

Οι λόγοι είναι ίσοι, δηλαδή στον ίδιο χρόνο τυπώνουν ίδιο αριθμό σελίδων. Για το λόγο αυτό μας συμφέρει να αγοράσουμε τον φθηνότερο.

Απάντηση δραστηριότητας τετρ. εργασιών β, σελ. 32

Ο λόγος των γυναικών - άνδρών πρέπει να είναι τουλάχιστον 1 προς 3. Αφού οι άνδρες στο ψηφοδέλτιο του κόμματος είναι 27, θα πρέπει να σχηματίσω αναλογία από το λόγο $\frac{1}{3}$, φτιάχνοντας τον νέο λόγο με παρονομαστή το 27.

$$\frac{1}{3}=\frac{1\ \ 9}{3\ \ 9}=\frac{9}{27}$$

32. Αναλογίες

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 33

Πολλαπλασιάζοντας "χιαστί" τους όρους μιας αναλογίας τα γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα. Τα γινόμενα αυτά λέγονται **σταυρωτά γινόμενα**.
Εδώ, θα ελέγξω αν τα δύο γινόμενα είναι ίσα και τότε θα βάλουμε το σύμβολο της ισότητας.

$1 \cdot 30=30$	$8 \cdot 14=112$	$5 \cdot 8=40$
$3 \cdot 10=30$	$7 \cdot 16=112$	$9 \cdot 4=36$

Άρα $\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$ $\frac{8}{7} = \frac{16}{14}$ $\frac{5}{9} \quad \frac{4}{8}$

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 33

1. Σχηματίζω την αναλογία βάζοντας στη θέση του ζητούμενου αριθμού x.
2. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα.
3. Κάνω τον πολλαπλασιασμό.
4. Λύνω την εξίσωση.

$8 \cdot x=6 \cdot 4$	$9 \cdot x=10 \cdot 18$	$8 \cdot x=3 \cdot 24$
$8 \cdot x=24$ ή $x=24:8=3$	$9 \cdot x=180$ ή $x=180:9=20$	$8 \cdot x=72$ ή $x=72:8=9$
$6 \cdot x=24 \cdot 3$	$9 \cdot x=12 \cdot 3$	$7 \cdot x=5 \cdot 21$
$6 \cdot x=72$ ή $x=72:6=12$	$9 \cdot x=36$ ή $x=36:9=4$	$7 \cdot x=105$ ή $x=105:7=15$

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 33

1. Σχηματίζω την αναλογία : $\frac{2}{100} = \frac{x}{5}$
2. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα:

$$100x = 2 \cdot 5$$

3. Κάνω τον πολλαπλασιασμό $100x = 10$
4. Λύνω την εξίσωση.

$$\frac{2}{100} = \frac{x}{5}$$
$$100x = 10$$
$$x = 10 : 100$$
$$x = 0{,}1$$

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 34

1. Σχηματίζω την αναλογία : $\frac{x}{35} = \frac{90}{1}$.
2. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα:

$$x = 35 \cdot 90$$

3. Κάνω τον πολλαπλασιασμό.
4. Λύνω την εξίσωση.

$$\frac{x}{35} = \frac{90}{1}$$
$$x = 90 \cdot 35$$
$$x = 3150$$

Δραστηριότητα τετρ. εργασιών β, σελ. 34

α. Μέτρησα την απόσταση στον χάρτη μεταξύ των δύο πόλεων και τη βρήκα 3cm.

Η κλίμακα είναι $\frac{1}{500.000}$

1. Σχηματίζω την αναλογία : $\frac{1}{500.000} = \frac{3}{x}$.
2. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα: $1 \cdot x = 3 \cdot 500.000$
3. Κάνω τον πολλαπλασιασμό: $1 \cdot x = 3 \cdot 500.000$
4. Λύνω την εξίσωση: $x = 1.500.000$

33. Σταθερά και μεταβλητά ποσά

Ποσά

Οι έννοιες που μπορούν να μετρηθούν και επομένως να εκφραστούν με συγκεκριμένο αριθμό λέγονται ποσά.

Υπάρχουν ποσά σταθερά, δηλαδή έχουν πάντοτε την ίδια τιμή και ποσά μεταβλητά, τα οποία μπορούν να πάρουν διάφορες τιμές.

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 35

Σταθερά Ποσά		Μεταβλητά ποσά	
1.	Η απόσταση Αθήνα – Χαλκίδα.	1.	Η θερμοκρασία μιας ημέρας.
2.	Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου.	2.	Τα έσοδα ενός μαγαζιού.
3.	Ο αριθμός των πλευρών ενός τετραγώνου.	3.	Η τιμή μιας μετοχής.
4.	Οι μέρες της εβδομάδας.	4.	Η κατανάλωση καυσίμου ενός αυτοκινήτου.
5.	Οι ώρες μιας ημέρας.	5.	Ο πληθυσμός μιας χώρας.

Οι έννοιες που μπορούν να μετρηθούν και επομένως να εκφραστούν με συγκεκριμένο αριθμό λέγονται **ποσά**.

Υπάρχουν ποσά **σταθερά**, δηλαδή έχουν πάντοτε την ίδια τιμή και ποσά **μεταβλητά**, τα οποία μπορούν να πάρουν διάφορες τιμές.

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 35

Παραδείγματα μεταβλητών ποσών:

1. Η κατανάλωση ενός αυτοκινήτου (Μεταβλητό ποσό, όσο μεγαλύτερες είναι οι στροφές του κινητήρα, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η κατανάλωσή του).
2. Τα έσοδα ενός μαγαζιού με ρούχα (Μεταβλητό ποσό, εξαρτάται από τις πωλήσεις που θα κάνει την ημέρα αυτή).
3. Ο πληθυσμός μιας χώρας (Μεταβλητό ποσό, εξαρτάται από τις γεννήσεις και τους θανάτους).
4. Ο λογαριασμός του ρεύματος (Μεταβλητό ποσό, εξαρτάται από την κατανάλωση).

Παραδείγματα σταθερών ποσών:

1. Οι μήνες του χρόνου (Σταθερό ποσό, 12 μήνες έχει ο χρόνος).
2. Ο αριθμός των πλευρών ενός τετραγώνου (Σταθερό ποσό, 4 είναι οι πλευρές ενός τετραγώνου).
3. Η απόσταση Αθήνας - Λαμίας (Σταθερό ποσό).
4. Οι ώρες μιας ημέρας (Σταθερό ποσό).

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 36

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ
Αριθμός μαθητών έκτης τάξης	27 μαθητές
Η απόσταση που περπάτησαν	10 χιλιόμετρα
Ταχύτητα αστυνομικών αυτοκινήτων	5 χιλιόμετρα την ώρα

34. Ανάλογα ποσά

Δύο ποσά είναι **ανάλογα**, όταν οι τιμές του ενός προκύπτουν από τις τιμές του άλλου πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με έναν σταθερό αριθμό.

Κάποια ποσά , ενώ φαίνεται ότι εξαρτώνται το ένα από το άλλο, γιατί αυξάνονται ταυτόχρονα, δεν είναι ανάλογα.

Απάντηση άσκησης 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 37

Ποσότητα τετραδίων – Αξία τους

Είναι ανάλογα, διότι το πόσο θα πληρώσω εξαρτάται από την ποσότητα των τετραδίων.

Η χρηματική αξία θα προκύψει αν πολλαπλασιάσουμε την αξία του ενός τετραδίου με τον αριθμό που μου δείχνει την ποσότητα των τετραδίων που θα αγοράσουμε.

Ταχύτητα του αυτοκινήτου μας – Χρόνος που απαιτείται για να φθάσουμε

Δεν είναι ανάλογα, διότι όσο πιο γρήγορα πηγαίνω, τόσο πιο γρήγορα θα φθάσω.

Αριθμός εργατών – Χρόνος εκτέλεσης έργου

Δεν είναι ανάλογα, διότι όσο περισσότερους εργάτες έχω, σε τόσο λιγότερο χρόνο θα εκτελεστεί το έργο.

Αριθμός ατόμων – Μερίδες που καταναλώνουν

Ανάλογα ποσά, αφού θα καταναλωθούν τόσες μερίδες όσα τα άτομα που υπάρχουν (προϋπόθεση: ίση ποσότητα φαγητού πρέπει να αντιστοιχεί σε κάθε άτομο).

Αριθμός τάξεων του σχολείου – Αριθμός δασκάλων στο ίδιο σχολείο

Ανάλογα ποσά, διότι όσο πιο πολλές τάξεις έχει το σχολείο, τόσους περισσότερους δασκάλους θα χρειαστεί το σχολείο.

Απάντηση άσκησης 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 37

- Τα κιλά πορτοκάλια που θα αγοράσω – Αξία τους.
- Πλευρά τετραγώνου – Περίμετρος
- Οι ώρες που δουλεύω – Χρήματα που παίρνω

Απάντηση άσκησης 3 τετρ. εργασιών β, σελ. 37

- Τα τρία μέτρα ύφασμα στοιχίζουν 7,50 €
  Διπλάσια μέτρα υφάσματος στοιχίζουν: $2 \cdot 7{,}50 = 15$• (διπλάσιο ποσό)
- Τα δύο λίτρα γάλα στοιχίζουν 2,20 €.
  Τριπλάσια λίτρα γάλακτος στοιχίζουν: $3 \cdot 2{,}20 = 6{,}6$• (τριπλάσιο ποσό)
- Το ένα τούβλο ζυγίζει 2 κιλά.
  Τετραπλάσια τούβλα ζυγίζουν: $4 \cdot 2 = 8$ κιλά (τετραπλάσια κιλά)

Ανάλογα ποσά

Απάντηση προβλήματος 1 τετρ. εργασιών β, σελ. 37

Εξετάζω τα ποσά. Παρατηρώ ότι είναι ανάλογα (η αξία προκύπτει αν πολλαπλασιάσω την αξία της μιας κρέπας επί τον αριθμό των κρεπών που θα αγοράσει). Σχηματίζω τον πίνακα τιμών.

Αριθμός από κρέπες	1	2	3	4	5	6	7
Αξία σε €	2	4	6	8	10	12	14

Παρατηρώ ότι με 12€ μπορεί να αγοράσει 6 κρέπες.

Απάντηση προβλήματος 2 τετρ. εργασιών β, σελ. 37

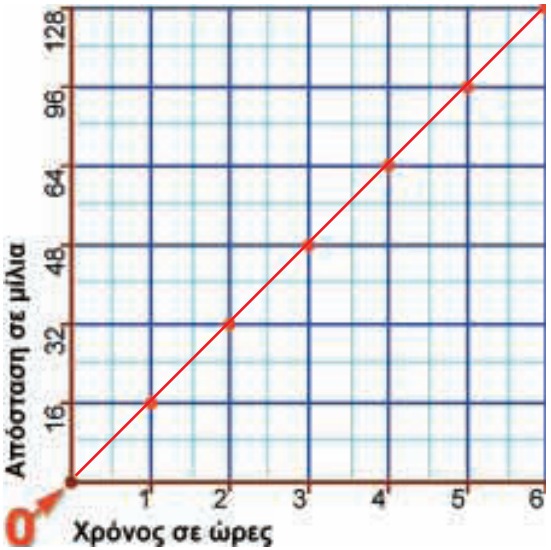
Τα ποσά είναι ανάλογα διότι, με περισσότερα κιλά γάλατος, παράγεται περισσότερη ποσότητα τυριού. Με τον ίδιο αριθμό που πολλαπλασιάζω τα κιλά γάλατος πολλαπλασιάζω και τα κιλά του τυριού.

ΠΟΣΑ	**ΤΙΜΕΣ**							
Κιλά τυρί	1	2	3	4	5	6	7	8
Κιλά γάλα	5	10	15	20	25	30	35	40

Στα ανάλογα ποσά, όταν πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται η τιμή του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται και η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό.
Στα ανάλογα ποσά οι λόγοι των αντίστοιχων τιμών τους είναι ίσοι και σχηματίζουν αναλογία.

Απάντηση δραστηριότητας τετρ. εργασιών β, σελ. 38

Στα προβλήματα με ανάλογα ποσά,το γράφημα που προκύπτει είναι πάντοτε μια ευθεία γραμμή.



Κριτήριο αξιολόγησης

1. Μια βρύση γεμίζει με νερό, μόνη της, μια δεξαμενή σε 12 ώρες, δεύτερη βρύση τη γεμίζει σε 15 ώρες και τρίτη σε 20 ώρες. Αν ανοίξουν και οι τρείς βρύσες μαζί σε πόσες ώρες θα γεμίσουν τη δεξαμενή;

2. Ο Τάσος ξεκίνησε για το βιβλιοπωλείο να αγοράσει μολύβια με 4,20 • στην τσέπη του. Όταν έφτασε στο ταμείο, διαπίστωσε ότι είχε μόνο 65 λεπτά. Πόσα χρήματα έχασε στο δρόμο; Να εκφράσεις με μια εξίσωση το πρόβλημα του Τάσου και μετά να το λύσεις.

3. Η Μαρία εργάζεται σε μια εταιρία και πληρώνεται με 5€ την ώρα. Χρειάζεται να μαζέψει 252€. Πόσες ώρες πρέπει να δουλέψει;

4. Ο Κώστας θέλει να ταξινομήσει τους δίσκους του σε κουτιά που χωράνε 15 δίσκους το καθένα. Έχει συνολικά 450 δίσκους. Πόσα κουτιά θα χρειαστεί;

5. Στη βιβλιοθήκη του σχολείου υπήρχαν 52 βιβλία. Οι μαθητές πήραν από 3 βιβλία ο καθένας,για να διαβάσουν στις καλοκαιρινές διακοπές . Στο τέλος έμειναν 4 βιβλία ατα ράφια. Πόσοι ήταν οι μαθητές; (Να το λύσεις με εξίσωση) .

6. Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών μιας τάξης είναι αγόρια. Αν τα κορίτσια είναι 14, πόσους μαθητές έχει η τάξη;

7. Από 1000 κιλά ελιές παίρνουμε 250 κιλά λάδι. Τα 750 κιλά λάδι, από πόσα κιλά ελιές τα πήραμε;

8. Στην πρώτη τάξη ενός δημοτικού σχολείου υπάρχουν 36 κορίτσια και 12 αγόρια. Στην δεύτερη τάξη υπάρχουν 54 αγόρια και 18 κορίτσια. Υπάρχει η ίδια αναλογία αγοριών – κοριτσιών στις δύο τάξεις;

9. Η Ελένη για να περπατήσει 3 χιλιόμετρα κάνει 25 λεπτά. Μπορείς να βρεις πόσο θα κάνει για να περπατήσει 6 χιλιόμετρα, αν περπατάει με την ίδια ταχύτητα;

10. Από τα παρακάτω ζευγάρια ποσών, υπογραμμίζω αυτά που είναι ανάλογα:

Το ύψος και το βάρος ενός ατόμου.

Τα κατανάλωση καυσίμων και τα χιλιόμετρα που διανύονται.

Η ποσότητα ενός προϊόντος και η χρηματική αξία του.

Η ώρα της ημέρας και η θερμοκρασία.

Οι ώρες εργασίας και οι αποδοχές ενός υπαλλήλου.

Το μέγεθος ενός κτιρίου και η τιμή του.

Το χρώμα ενός αυτοκινήτου και η τιμή του.