



Όνομα: _____

Ημερομηνία: ___ / ___ / ____



Θεωρία

Διαιρέτες

Λέγονται οι αριθμοί που διαιρούν ακριβώς τον αριθμό αυτό. (έχουμε **τέλεια διαίρεση**, υπόλοιπο=0)

Ας πάρουμε τον αριθμό 60. Ο πιο εύκολος τρόπος για να βρω τους διαιρέτες του, είναι να βρω **ζευγάρια αριθμών** που όταν πολλαπλασιαστούν μας δίνουν **γινόμενο 60**. Αυτοί είναι οι διαιρέτες του 60.

Παράδειγμα:

1	x	60	=	60
2	x	30	=	60
3	x	20	=	60
4	x	15	=	60
5	x	12	=	60
6	x	10	=	60

Διαιρέτες του 60 (για συντομία Δ 60) :
 Δ 60 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Κοινοί διαιρέτες

Κοινοί διαιρέτες δύο ή περισσότερων ακεραίων αριθμών λέγονται οι **φυσικοί αριθμοί που τους διαιρούν όλους ακριβώς**.

Ας πάρουμε τους αριθμούς 12, 24 και 60 κι ας βρούμε τους διαιρέτες τους.

Παράδειγμα:

Δ 12 = 1, 2, 3, 4, 6, 12
 Δ 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 Δ 60 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Βλέπουμε ότι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 12 είναι **διαιρέτες και των τριών αριθμών**. Αυτοί είναι οι **Κοινοί Διαιρέτες** του 12, του 24 και του 60.

Κοινοί Διαιρέτες του 12, 24, 60 (για συντομία Κ.Δ.)

Κ.Δ. (12, 24, 60) = 1, 2, 3, 4, 6, 12

Μέγιστος κοινός διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.)

Μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο ή περισσότερων ακεραίων αριθμών λέγεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες.

Παράδειγμα:

Είδαμε παραπάνω ότι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 12 είναι οι Κοινοί Διαιρέτες του 12, του 24 και του 60.

Ο μεγαλύτερος απ' αυτούς δηλαδή το 12 είναι ο Μέγιστος κοινός διαιρέτης.

Μέγιστος κοινός διαιρέτης του 12, 24, 60 (για συντομία Μ.Κ.Δ.)

$$\text{Μ.Κ.Δ. (12, 24, 60)} = 12$$

2

Εναλλακτικός τρόπος εύρεσης Μ.Κ.Δ.

Γράφω οριζόντια τους αριθμούς και δεξιά τους φέρνω μια κατακόρυφη γραμμή (όπως στη διαίρεση). Δεξιά της γραμμής αυτής γράφω κατάλληλους αριθμούς (ξεκινώντας από το 2) που διαιρούν όλους τους αριθμούς που έχουν δοθεί.

Τότε αριστερά της γραμμής, κάτω από τους αριθμούς που έχουν δοθεί, βάζω τα πηλίκα.

Συνεχίζω την ίδια διαδικασία μέχρι να μην υπάρχει άλλος κοινός διαιρέτης όλων των αριθμών που προέκυψαν αριστερά της γραμμής.

Ο Μ.Κ.Δ. είναι το γινόμενο των αριθμών δεξιά της γραμμής.

Παράδειγμα:

1. Ας βρούμε το Μ.Κ.Δ. των αριθμών 18, 24, 60.

18	24	60		2
9	12	30		3
3	4	10		

$$\text{Μ.Κ.Δ. (18, 24, 60)} = 2 \cdot 3 = 6$$

2. Ας βρούμε το Μ.Κ.Δ. των αριθμών 60, 80, 180.

60	80	180		2
30	40	90		2
15	20	45		5
3	4	9		

$$\text{Μ.Κ.Δ. (60, 80, 180)} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$



Ασκήσεις

1. Α. Κάνε με το νου τις παρακάτω διαιρέσεις και σημείωσε με ένα ✓ αυτές που είναι τέλειες:

28:2	28:3	28:4	28:5	28:6	28:7	28:8	28:9
36:2	36:3	36:4	36:5	36:6	36:7	36:8	36:9

Β. Γράψε όλους τους διαιρέτες:

- Για το 28:.....
- Για το 36:.....

3

2.

- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 12. $\Delta 12 = \dots\dots\dots$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 18. $\Delta 18 = \dots\dots\dots$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 9. $\Delta 9 = \dots\dots\dots$
- Βρες το ΜΚΔ (9,12,18). $ΜΚΔ (9,12,18) = \dots\dots\dots$

- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 39. $\Delta 39 = \dots\dots\dots$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 52. $\Delta 52 = \dots\dots\dots$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 65. $\Delta 65 = \dots\dots\dots$
- Βρες το ΜΚΔ (39,52,65). $ΜΚΔ (39,52,65) = \dots\dots\dots$

3. Βρες το Μ.Κ.Δ. των αριθμών 18 , 48 , 72 και 100 , 150 , 200 με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων.

18 48 72 |

100 150 200 |

Μ.Κ.Δ.(18 . 48 . 72)=

Μ.Κ.Δ.(100 . 150 . 200) =



Προβλήματα

4. Ένας ανθοπώλης θέλει να φτιάξει ανθοδέσμες .Έχει 30 κόκκινα τριαντάφυλλα, 42 άσπρα και 48 ροζ.



Αν πρέπει να φτιάξει ανθοδέσμες με τον ίδιο αριθμό λουλουδιών, πόσα λουλούδια από κάθε χρώμα θα πρέπει να βάλει χωρίς να του περισσέψει κανένα;

Απάντηση: _____

5. Αν αγοράσουμε 54 κόκκινες χάντρες, 36 λευκές και 27 μπλε ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός ομοιόμορφων κομπολογιών που θα φτιάξουμε και από πόσες χάντρες του κάθε χρώματος θα αποτελείται το καθένα;

Απάντηση: _____

Απαντήσεις

1. Α.

28:2✓	28:3	28:4✓	28:5	28:6	28:7✓	28:8	28:9
36:2✓	36:3✓	36:4✓	36:5	36:6✓	36:7	36:8	36:9✓

Β. Γράψε όλους τους διαιρέτες:

• Για το 28: 1,2,4,7,14,28

• Για το 36: 1,2,3,4,6,9,12,18,36

2.

- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 12. $\Delta 12 = 1,2,3,4,6,12$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 18. $\Delta 18 = 1,2,3,6,9,18$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 9. $\Delta 9 = 1,3,9$
- Βρες το ΜΚΔ (9,12,18). $\text{ΜΚΔ}(9,12,18) = 3$

- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 39. $\Delta 39 = 1,3,13,39$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 52. $\Delta 52 = 1,2,4,13,26,52$
- Γράψε όλους τους διαιρέτες του 65. $\Delta 65 = 1,5,13,65$
- Βρες το ΜΚΔ (39,52,65). $\text{ΜΚΔ}(39,52,65) = 13$

3.

18	48	72		2
9	24	36		3
3	8	12		

$$\text{Μ.Κ.Δ.}(18, 48, 72) = 2 \cdot 3 = 6$$

100	150	200		2
50	75	100		5
10	25	20		5
2	5	4		

$$\text{Μ.Κ.Δ.}(100, 150, 200) = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$$

4. Ο Μ.Κ.Δ. του 30, του 42 και του 48 θα μου δείξει πόσες όμοιες ανθοδέσμες θα φτιάξει.

Διαιρέτες του 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Διαιρέτες του 42: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

Διαιρέτες του 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Κοινοί διαιρέτες: 30, 42, 48 = 1,2,3,6

Μ.Κ.Δ. (30, 42, 48) = 6 ανθοδέσμες θα φτιάξει και κάθε ανθοδέσμη θα έχει:

30:6 = 5 κόκκινα 42:6 = 7 άσπρα 48:6 = 8 ροζ

5. Ο Μ.Κ.Δ. του 54, του 36 και του 27 θα μου δείξει πόσα όμοια κομπολόγια θα φτιάξει

54	36	27		3
18	12	9		3
6	4	3		

Μ.Κ.Δ. (54, 36, 27) = 3·3=9 κομπολόγια θα φτιάξει και καθένα θα έχει:

54:9=6 κόκκινες

36:9=4 λευκές

27:9=3 μπλε